

PERENCANAAN KEBUTUHAN PRODUK GUNA OPTIMALISASI WASTE DAN LABA DENGAN APLIKASI FUZZY MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION

Endang Widuri Asih¹, Arini Najah²

^{1,2} Jurusan Teknik Industri, Institut Sains & Teknologi AKPRIND Yogyakarta

Masuk: 8 Oktober 2010, revisi masuk : 23 Desember 2010, diterima: 19 Januari 2011

ABSTRACT

PT. Xx is a company engaged in spinning yarn. This company produces various types of yarns including cotton, rayon, polyester-rayon and polyester-cotton. The problem that often arises at the moment is about optimization of raw materials. During the production process takes, the processing produces waste. This is resulting in unnecessary costs, thus difficult to achieve optimal benefit. To generate the maximum profit and minimal waste, the company must determine the combination of products and allocate resources optimally. Fuzzy multiobjective optimization is a method for optimized several objective functions bend to several constraints. This method is also application of fuzzy logic for helping company to solve the problems of limited resource. By analyzing calculation result of linear programming than continued result enter in to fuzzy multi-objective method so to getted optimum product combination base on tolerance of company hoped. Result of research base on fuzzy multiobjective optimization method have got product combination they are rayon 40/1 1601,299 cone with profit Rp. 18170740,4 and waste 118,49 kg. By applying fuzzy multi-objective optimization can reduce waste 8,68 kg.

Keywords : *linear programming, fuzzy multiobjective, optimization, waste*

INTISARI

PT. Xx adalah perusahaan yang bergerak di bidang pemintalan benang. Perusahaan ini memproduksi berbagai macam jenis benang antara lain *cotton, rayon, polyester-rayon* dan *polyester-cotton*. Permasalahan yang sering timbul pada saat ini adalah mengenai pengoptimalan dari bahan baku. Selama proses produksi berlangsung, pada pemrosesan menghasilkan *waste*. Hal ini mengakibatkan pemborosan biaya, sehingga keuntungan optimal sulit dicapai. Untuk menghasilkan keuntungan yang maksimal dan *waste* yang minimal, perusahaan harus menentukan kombinasi produk dan mengalokasikan sumber daya yang ada secara optimal. *Pada penelitian ini menggunakan Fuzzy multiobjective optimization. Fuzzy multi-objective optimization* merupakan metode untuk mengoptimalkan beberapa fungsi tujuan yang tunduk pada beberapa batasan. Metode ini juga merupakan aplikasi dari logika *fuzzy* untuk membantu perusahaan dalam menyelesaikan permasalahan-permasalahan keterbatasan sumber daya yang ada. Dengan menganalisis hasil perhitungan *linear programming* kemudian dilanjutkan dengan memasukkan hasil tersebut ke dalam metode *fuzzy multiobjective optimization* sehingga didapatkan kombinasi produk yang optimal sesuai dengan toleransi yang diharapkan oleh perusahaan. Hasil penelitian berdasarkan *fuzzy multiobjective optimization* didapatkan kombinasi produk yaitu produk rayon 40/1 sebesar 1601,299 cone dengan keuntungan optimal sebesar Rp. 18170740,4 dan *waste* yang dihasilkan 118,49 kg. Dengan menerapkan metode *fuzzy multiobjective optimization* dapat mengurangi *waste* sebesar 8,68 kg.

Kata kunci : *linear programming, fuzzy multiobjective, optimization, waste*

PENDAHULUAN

Perkembangan industri menuntut sebuah perusahaan ini harus mampu

bersaing untuk mendapatkan keuntungan. Akan tetapi banyak permasalahan di perusahaan antara lain masalah manaje-

¹ endang.akprind@gmail.com

men, *financial*, organisasi, hingga dalam proses produksi suatu produk pun kadang tidak mudah diselesaikan. Salah satu cara agar perusahaan tetap bertahan dengan berupaya mengelolah sumber daya yang dibutuhkan seefektif dan seefisien mungkin.

Perusahaan tersebut bergerak dalam bidang barang/jasa tidak lepas dari kegiatan produksi yaitu kegiatan yang mengakibatkan penambahan faedah baik bentuk, waktu, tempat, atau kombinasi dari ketiganya. Dalam suatu kegiatan produksi perlu perencanaan mengenai apa dan berapa produk yang akan diproduksi oleh perusahaan. Dari kegiatan ini akan menghasilkan suatu *waste*. *Waste* dapat berupa sisa bahan baku selama pengolahan atau selama pemrosesan berlangsung dan sisa produk yang tidak memenuhi standar pabrik. Banyaknya *waste* yang dihasilkan berpengaruh terhadap laba yang akan diperoleh oleh perusahaan.

Bagi perusahaan yang memproduksi lebih dari satu produk masalah yang timbul adalah menentukan berapa masing-masing produk yang harus dihasilkan agar diperoleh laba yang maksimal. Penentuan kombinasi produk pada dasarnya adalah menentukan alternatif yang mungkin dilakukan berdasarkan pertimbangan-pertimbangan dengan melihat dari sumber yang dimiliki, kendala serta keterbatasan perusahaan. Penentuan kombinasi produk ini sangat erat hubungannya dengan persediaan bahan material, total biaya yang dikeluarkan selama proses produksi, sehingga perusahaan membutuhkan informasi yang dapat menilai kemungkinan yang berakibat pada laba yang akan diperoleh. Metode *Fuzzy Multiobjective Optimization* adalah suatu metode yang dapat digunakan untuk menghitung kombinasi produk dengan batasan-batasan sumber daya yang ada untuk memaksimalkan keuntungan suatu perusahaan. Dengan metode ini pula dapat sekaligus meminimalkan *waste* yang berasal dari proses produksi.

Di dalam model *linear programming* ini dikenal 2 macam fungsi. Yaitu fungsi batasan (*Constraint function*) dan fungsi tujuan (*Objective function*) adalah

fungsi yang menggambarkan tujuan atau sasaran di dalam permasalahan *linear programming* yang berkaitan dengan pengaturan secara optimal sumber daya. Untuk memperoleh keuntungan maksimal atau biaya minimal. Pada umumnya nilai yang akan dioptimalkan dinyatakan sebagai Z. (Subagyo, 1983)

Fungsi Tujuan: Memaksimumkan dan meminimumkan fungsi Z adalah :

$$C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \dots + C_nX_n \dots (1)$$

Batasan-batasan :

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + \dots + a_{1n}X_n \leq b_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + \dots + a_{2n}X_n \leq b_2$$

$$m.a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + a_{m3}X_3 + \dots + a_{mn}X_n \leq b_m$$

$$\text{dan } X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, \dots, X_n \dots (2)$$

Ada dua metode penyelesaian dalam *linear programming* yaitu: (Dimiyati, T, T., 2003). Yaitu. Metode Grafis dan juga Metode Simpleks. Sistem *Fuzzy* menurut Simatu-pang T. (1994) *fuzzy* berarti samar, kabur atau tidak jelas. *Fuzzy* adalah istilah yang dipakai Lotfi. A Zadeh (Simatupang T, 1994) pada bulan Juli 1964 untuk menyatakan kelompok atau himpunan yang dapat dibedakan dengan kelompok lain berdasarkan derajat keanggotaan yang kabur, bukan berdasarkan logika biner yang hanya membedakan antara 0 dan 1 secara tegas.

Selama beberapa dekade yang lalu, himpunan *fuzzy* telah digunakan dalam lingkup domain permasalahan yang cukup luas. Antara lain mencakup kendali proses, klasifikasi dan pencocokkan pola, manajemen dan pengambilan keputusan, riset operasi, ekonomi dan lain-lain. Sejak tahun 1985, terjadi perkembangan yang pesat pada logika *fuzzy* tersebut terutama dalam hubungannya dengan penyelesaian masalah kendali, terutama yang bersifat non linear, *illdefined*, *time-varying*, dan situasi-situasi yang sangat kompleks. (Kusumadewi, 2002).

Jika diasumsikan *linear programming* klasik ingin dibuat ke dalam lingkungan *fuzzy* maka akan mengalami perubahan bentuk, yaitu: 1. Bentuk *imperative* pada fungsi objektif tidak lagi

benar-benar “maksimum” atau “minimum”, karena adanya beberapa hal yang perlu mendapat pertimbangan dalam suatu sistem. 2. Tanda \leq (pada batasan) dalam kasus maksimasi dan tanda \geq (pada batasan) dalam kasus minimasi tidak lagi bermakna crisp secara matematis, namun sedikit mengalami pelanggaran makna. Hal ini juga disebabkan karena adanya beberapa yang perlu dipertimbangkan dalam sistem yang mengakibatkan batasan tidak dapat dikendalikan secara tegas.

Pada *fuzzy linear programming*, akan dicari suatu nilai z yang merupakan fungsi objektif akan dioptimalkan sedemikian hingga tunduk pada batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan *fuzzy*. Pada *fuzzy linear programming*, akan dicari suatu nilai z yang merupakan fungsi objektif akan dioptimalkan sedemikian hingga tunduk pada batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan *fuzzy*. Sehingga pada kasus maksimasi akan diperoleh : Tentukan x sedemikian hingga : $C^T x \geq z$; $Ax \leq b$; $X \geq 0$. Dengan tanda ‘ \leq ’ merupakan bentuk *fuzzy* dari ‘ \leq ’ yang mengintrepetasikan ‘pada dasarnya kurang dari atau sama dengan’. Demikian pula dengan tanda ‘ \geq ’ merupakan bentuk *fuzzy* dari ‘ \geq ’ yang mengintrepetasikan ‘pada dasarnya lebih dari atau sama dengan’.

Untuk kasus minimasi akan diperoleh: Tentukan x sedemikian hingga: $C^T x \leq z$; $Ax \geq b$; $X \geq 0$. Kedua bentuk diatas dapat dibawa ke suatu bentuk yaitu : Tentukan x sedemikian hingga : $Bx \leq d$ $X \geq 0$; dengan :

$$B = \begin{pmatrix} -c \\ A \end{pmatrix} \text{ dan } d = \begin{pmatrix} -z \\ b \end{pmatrix} \text{ untuk kasus maksimasi, atau}$$

$$B = \begin{pmatrix} c \\ -A \end{pmatrix} \text{ dan } d = \begin{pmatrix} z \\ -b \end{pmatrix} \text{ untuk kasus minimasi}$$

Tiap-tiap baris/batasan (0,1,2,..., m) akan direpresentasikan dengan sebuah himpunan *fuzzy*, dengan fungsi keanggotaan pada himpunan ke- i adalah $\mu_i [x]$. fungsi keanggotaan untuk model ‘kepu-

tusan’ himpunan *fuzzy* dapat dinyatakan sebagai:

$$\mu_D [x] = \min \{ \mu_i [x] \} \dots \dots \dots (3)$$

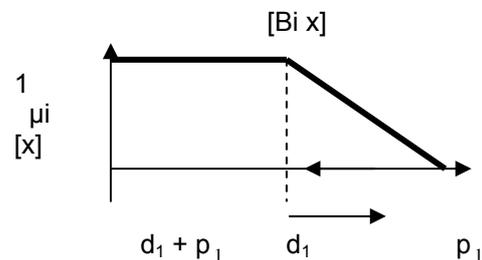
Tentu saja diharapkan, kita akan mendapatkan solusi terbaik, yaitu suatu solusi dengan nilai keanggotaan yang paling besar, dengan demikian solusi sebenarnya adalah :

$$\max_{x \geq 0} \mu_D [x] = \max_{x \geq 0} \min_i \{ \mu_i [x] \} \dots \dots \dots (4)$$

Dari sini terlihat bahwa $\mu_i [x] = 0$ jika batasan ke- i benar-benar dilanggar. Sebaiknya, $\mu_i [x] = 1$ jika batasan ke- i benar-benar dipatuhi (sama halnya batasan bernilai tegas). Nilai $\mu_i [x]$ akan naik secara monoton pada selang $[0,1]$, yaitu :

$$\mu_i [x] = \begin{cases} 1; & \text{jika } B_i x \leq d_i \\ \in [0,1] & \text{jika } d_i < B_i x \leq d_i + p_i \dots (5) \\ 0; & \text{jika } B_i x > d_i + p_i \end{cases}$$

$i = 0,1,2, \dots, m$



Gambar 1. Fungsi Keanggotaan (Kusumadewi, Sri. 2002)

$$\mu_i [x] = \begin{cases} 1; & \text{jika } B_i x \leq d_i \\ 1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i}; & \text{jika } d_i < B_i x \leq d_i + p_i \dots (6) \\ 0; & \text{jika } B_i x > d_i + p_i \end{cases}$$

$i = 0,1,2, \dots, m$

Dengan p_i adalah toleransi interval yang diperbolehkan untuk melakukan pelanggaran baik pada fungsi objektif maupun batasan. Dengan mensubstitusikan (6) ke (3) akan diperoleh :

$$\max_{x \geq 0} \mu_D [x] = \max_{x \geq 0} \min_i \left\{ 1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i} \right\} \dots \dots (7)$$

Dari Gambar 1, dapat dilihat bahwa, semakin besar nilai domain, akan memiliki nilai keanggotaan yang cenderung semakin kecil. Sehingga untuk mencari nilai λ -cut dapat dihitung sebagai $\lambda = 1-t$, dengan :

$$d_i + t p_i = \text{ruas kanan batasan ke-}i \dots \dots (8)$$

Dengan demikian akan diperoleh bentuk *linear programming* baru sebagai berikut : Maksimumkan : λ

$$\text{Dengan batasan : } \lambda p_i + B_i x \leq d_i + p_i \dots (9)$$
$$i = 0, 1, 2, \dots, m; \quad x \geq 0$$

Fuzzy Multiobjective Optimization merupakan metode optimasi dengan beberapa fungsi tujuan yang tunduk pada beberapa batasan. Solusi permasalahan ini diperoleh seperti penyelesaian optimasi dengan satu fungsi tujuan. Selama ini ada dua cara untuk menyelesaikan *multi-objective optimization*, yaitu: 1. Metode penjumlahan berbobot. 2. *Lexicographics ordering method*

Metode lain dapat juga digunakan, dengan menggunakan Himpunan *Fuzzy*. Dengan menggunakan metode ini, kita tidak perlu melakukan kalibrasi bobot atau melakukan seleksi terhadap derajat pentingnya obyek. Metode ini hanya menggunakan preferensi (pilihan) khusus pada tujuan yang dapat dimodelkan dengan menggunakan fungsi-fungsi keanggotaan *fuzzy*. (Kusumadewi, 2002).

PEMBAHASAN

Penelitian tersebut didasarkan pengembangan penelitian Kusumadewi (2004). Dan mengenai *Hubungan Antara penilaian kinerja dosen oleh mahasiswa, dosen dan nilai kelulusan mahasiswa*. Djunaidi, Much. And Setiawan, Eko and Andista, Fajar Wedhi (2005), mengenai penentuan jumlah produksi dengan aplikasi metode *Fuzzy Mandani*, Endang (2010) menunjukkan bahwa hasil penentuan kombinasi produk dengan *Fuzzy Linier Programming* dapat meminimasi waste produk. Penelitian ini mengembangkan penelitian sebelumnya dengan memadukan dua fungsi tujuan yaitu memaksimalkan laba dan juga meminimalkan waste dengan metode *Fuzzy Multi-objective Optimization*

Pada penyelesaian permasalahan ini dengan *fuzzy linear programming multiobjective*, langkah awalnya membuat formulasi permasalahan dengan linier programming klasik. Dalam penyelesaian dengan linier programming dihasilkan perhitungan tujuan maksimasi didapatkan laba maksimum Rp.19.500.610,00 tetapi menghasilkan 127,17 Kg waste. Sedangkan hasil perhitungan fungsi tujuan minimasi didapatkan 0 waste namun hal tersebut berarti laba yang didapatkan juga 0. Dari hal tersebut dapat dilihat bahwa dua fungsi tujuan itu saling bertolak belakang artinya ketika ingin memaksimalkan laba maka waste akan naik tetapi ketika ingin meminimalkan waste, laba menurun. Untuk mengatasi hal tersebut maka perlu ditetapkannya toleransi perusahaan yaitu : Minimal 90% target perusahaan tercapai. Waste berkurang minimal 30% dari total waste yang dihasilkan. Tolernsi ini digunakan untuk persamaan *fuzzy multiobjective Optimazion*.

Berdasarkan persamaan dari formulasi awal diubah dengan memindahkan besarnya interval jarak dari fungsi tujuan. Kemudian akan terbentuk persamaan akhir dengan tujuan memaksimalkan besarnya $\lambda = 1-t$. Dari persamaan akhir *Fuzzy Multiobjective Optimization* dengan memperhitungkan besarnya peningkatan pemanfaatan sumber daya sebesar t sehingga didapatkan kombinasi produk yang optimal masing-masing jenis produk. Hasil optimal kombinasi produk sebagai berikut : Untuk R 30/1 tidak ada produksi, sedangkan untuk R 40/1 diproduksi sebesar 1601,299 cone. Untuk C 30/1 tidak ada produksi.

Setelah mendapat kombinasi dari setiap jenis produk benang tersebut dapat dihitung besarnya kontribusi margin dari kombinasi produk tersebut. Besarnya $\lambda = 0,9673$ dengan kontribusi margin sebesar Rp.18.170.740,4 dan waste sebesar 118,49Kg. Dengan menerapkan metode *fuzzy multiobjective optimization* dapat mengurangi waste sebesar nilai 8,68 kg jika dibandingkan dengan kenyataanya sebesar 127,17kg.

Hasil perhitungan Analisis sensitivitas dengan *fuzzy multiobjective optimi-*

zation menunjukkan bahwa dari seluruh sumber daya yang ada dapat telah digunakan secara optimum, walaupun masih ada yang berlebih atau tersisa. Hal tersebut dilihat pada *slack or surplus* jika bernilai positif berarti terdapat sisa kapasitas sedangkan jika bernilai nol maka kapasitas sudah digunakan secara keseluruhan atau tidak tersisa. Untuk mengetahui bahwa sumber daya telah dipergunakan secara optimal dapat dilihat pada kolom *allowable max.RHS* yang menunjukkan tanda 'M' artinya sumber daya sudah secara maksimum digunakan. Untuk menganalisis peningkatan dan pemanfaatan sumber daya dapat diketahui dengan memperhatikan nilai $X_1 = 0$; $X_2 = 1601,299$ cone dan $X_3 = 0$ cone. Dengan $\lambda = 0,2875$ maka dapat diketahui nilai t yaitu sebesar $1 - \lambda = 1 - 0,2875 = 0,7125$. Sehingga hasil pemanfaatan sumber daya bahan baku yaitu untuk bahan baku pembuat *rayon* = 1.96 (1601,299) = 3138,55 Kg dan Untuk bahan baku pembuat *cotton* adalah 0.

Dan Sumber daya jam kerja untuk mesin *blowing*, mesin *carding*, mesin *drawing*, mesin *speed*, mesin *ring spinning*, mesin *finishing* berturut-turut adalah : 58703,61 menit, 58703,61 menit, 95181,2 menit, 115325,5 menit, 144469,2 menit, dan 38655,35 menit. Hal ini menunjukkan bahwa tidak perlu adanya penambahan sumber daya apapun karena telah menunjukkan surplus atau kelebihan sumber daya.

Dari hasil *fuzzy multiobjective optimization* dapat diketahui nilai derajat keanggotaan fungsi tujuan: Nilai derajat keanggotaan fungsi tujuan maksimasi. Dengan nilai kontribusi margin sebesar Rp. 18.170.740,4 yang terletak pada interval Rp.17.550.549,00 dan Rp.19.500.610,00.maka nilai keanggotaannya adalah: $\mu_{z_0} [18170740,4]$ adalah sebesar

$$= 1 - \left(\frac{19500610 - 18170740,4}{1950016} \right) = 1 - 0,682 = 0,318$$

Nilai keanggotaan untuk fungsi tujuan maksimasi = 0,318 dari hasil tersebut menunjukkan semakin kecil nilai domain akan cenderung memiliki nilai keanggotaan yang semakin besar, dengan catatan masih terletak dalam interval.

Nilai derajat keanggotaan fungsi tujuan minimasi: Dengan banyaknya *waste* sebesar 118,49Kg yang terletak pada interval 89,02Kg–127,17Kg, maka nilai keanggotaannya adalah :

$$\mu_{z_1} [127,17] = 1 - \left(\frac{118,49 - 89,02}{38,15} \right) \\ = 1 - 0,772 = 0,228$$

Nilai keanggotaan untuk fungsi tujuan maksimasi = 0,318 pada nilai interval 89,02Kg–127,17Kg. Dari hasil tersebut menunjukkan semakin besar nilai domain akan cenderung memiliki nilai keanggotaan yang semakin kecil.

KESIMPULAN

Dari penelitian dan pembahasan yang telah dilakukan dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

Kombinasi produk untuk berdasarkan *Fuzzy Multiobjective Optimization* sebesar 1601,299 cone untuk R 40/1 sedangkan untuk jenis R 30/1 dan C 30/1 tidak diproduksi.

Penggunaan sumber daya pada metode *Linear Programming* untuk bahan baku rayon sebesar 3368,248 kg, sedangkan penggunaan waktu pengerjaan mesin *blowing* ini 63000 menit, mesin *carding* 63000 menit mesin *drawing* 102147,3 menit, mesin *speed* 123766,0 menit, mesin *ring spinning* 155042,5 menit, mesin *fini-shing* 41484,45 menit. Untuk penggunaan sumber daya pada metode *Fuzzy Multi-objective Optimization* untuk produk rayon 3138,55 kg, sedangkan penggunaan waktu pengerjaan mesin *blowing* 58703,61 menit, mesin *carding* 58703,61 menit mesin *drawing* 95181,2 menit, mesin *speed* 115325,5 menit, dan mesin *ring spinning* 144469,2 menit, mesin *finishing* 38655,35 menit.

DAFTAR PUSTAKA

- Dimiyati, T,T., 2003, *Operation Research Model-Model Pengambilan Keputusan*, Sinar Baru Algensindo, Bandung.
- Djunaidi, Much. And Setiawan, Eko and Andista, Fajar Wedhi (2005), "Penentuan jumlah Produksi dengan Aplikasi Metode Fuzzy

- Mandani," Jurnal Ilmiah Teknik Industri, Vol 04, UMS, Surakarta.
- Endang WA, 2010, Optimalisasi Waste. Produk Dengan Menentukan Kombinasi Produk Menggunakan Fuzzy Lini-er Programing, Procceding Snast 2010, Institut Sains & Teknologi Akprind, Yogyakarta
- Kusumadewi, S., 2002, *Analisis dan Desain Sistem Fuzzy Menggunakan Toolbox Matlab* Graha Ilmu, Yogyakarta.
- Kusumadewi Sri, 2004, *"Fuzzy Quantification Theory I untuk Analisi Hubungan Antara Penilaian Kinerja Dosen oleh Mahasiswa, Dosen dan nilai kelulusan Mahasiswa"*, Media Informatika, Teknik Informatika, UII, Yogyakarta.
- Simatupang, T. 1994, *Pemodelan Sistem*, Studio Teknik dan Manajemen Industri, ITB, Bandung.
- Subagyo, P., 1983, *Dasar-Dasar operations Research*, Edisi 2, BPFE, Yogyakarta.