

METODE *GENERALIZED SPACE-TIME AUTOREGRESSIVE* UNTUK PERAMALAN PERTUMBUHAN EKONOMI DI KAWASAN TIMUR INDONESIA

Rokhana Dwi Bakti¹, Noviana Pratiwi², Petronella Mira Melati³
^{1,2,3}Jurusan Statistika IST AKPRIND Yogyakarta
Email: ¹rokhana@akprind.ac.id, ²novianapratiwi@akprind.ac.id,
³petronellamira88@gmail.com

Masuk: 13 Juli 2018, Revisi masuk: 21 Juli 2018, Diterima: 22 Juli 2018

ABSTRACT

Generalized Method of Space Time Autoregressive (GSTAR) is one of spatio temporal method. This method modifies the spatial dependencies among location by using the time series data or time lags. This research applies the GSTAR for forecasting economic growth in Eastern Indonesia. The economic development of some provinces in the region, which is far from state of capital, is highly dependent on access to the facility centers of economic activity, access to education, access to health facility, and others. Thus forecasting information by taking into account the spatial aspect (the relationship between the provinces) and time is needed to assess the economic development of several periods ahead. GSTAR (1;1) was selected for the forecasting. Parameter estimation using least squares build the different parameter in each province. Based on comparisons with ARIMA method, GSTAR provide better forecasting results.

Keywords: *Eastern Indonesia, Economic growth, Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR).*

INTISARI

Metode *Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR)* merupakan salah satu jenis metode *spatio temporal*. Metode ini memodifikasi dependensi spasial antara satu lokasi dengan lokasi lain dengan menggunakan data *time series* atau data *time lags*. Penelitian ini menerapkan metode tersebut pada peramalan pertumbuhan ekonomi di Kawasan Timur Indonesia. Perkembangan ekonomi beberapa propinsi di kawasan tersebut, yang jauh dari pusat ibukota negara, sangat bergantung pada akses terhadap fasilitas pusat kegiatan ekonomi, akses pendidikan, akses kesehatan, dan lainnya. Dengan demikian informasi peramalan dengan memperhatikan aspek spasial (hubungan antar propinsi) dan waktu adalah sangat diperlukan untuk mengetahui perkembangan ekonomi beberapa periode ke depan. Model *GSTAR (1;1)* terpilih untuk peramalan tersebut. Estimasi parameter *least square* menghasilkan estimasi yang berbeda-beda di setiap propinsi. Berdasarkan perbandingan dengan metode *ARIMA*, *GSTAR* memberikan hasil peramalan yang lebih baik.

Kata-kata kunci: *GSTAR, Kawasan Timur Indonesia, Pertumbuhan ekonomi.*

PENDAHULUAN

Metode spasial merupakan metode statistik untuk menganalisis data yang mengkaji pengaruh lokasinya juga. Hukum pertama tentang geografi dikemukakan oleh Tobler, menyatakan bahwa segala sesuatu saling berhubungan satu dengan yang lainnya, tetapi sesuatu yang dekat lebih mempunyai pengaruh daripada sesuatu yang jauh (Anselin, 1988). Hukum tersebut merupakan dasar pengkajian

permasalahan metode spasial. Metode spasial untuk pemodelan, atau analisis hubungan, berkembang berdasarkan data, yaitu data *cross sectional*, *time series*, atau data panel. Metode spasial untuk data *cross sectional* diantaranya *Spatial Autoregressive (SAR)*, *Spatial Error Model (SEM)*, *SARMA*, *Spatial Durbin Model (SDM)*, dan lainnya. Penelitian yang menggunakan data *cross sectional* diantaranya ((Bekti dan utikno,

2011), (Bekti & Sutikno, 2012), (Bekti, 2012), dan (Bekti dkk, 2014).

Berhubungan dengan analisis data *time series*, terdapat metode spasial yang dikembangkan yaitu metode *spatio temporal*. Metode ini mempertimbangkan waktu dan kedekatan antar lokasi. LeSage (2009) menyatakan bahwa pada model *time series* yang tanpa memperhatikan efek lokasi, data y_t untuk setiap lokasi hanya dipengaruhi oleh data periode sebelumnya, y_{t-1} , pada lokasinya sendiri. Sedangkan *spatio temporal* memodifikasi dependensi spasial antara satu lokasi dengan lokasi lain dengan menggunakan data *time series* atau data *time lags* (*space-time lags*). Penelitian Reynolds dan Madden (1988) menyebutkan beberapa metode *spatio temporal* yaitu *Spatio Temporal Autoregressive Moving Average* (STARMA), *Spatio Temporal Autoregressive* (STAR), *Spatio Temporal Moving Average* (STMA), dan *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR). Metode ini berbeda dengan peramalan *time series Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) yang tanpa memperhatikan faktor wilayah lain. Penelitian tentang STAR telah digunakan Semwal dkk (2015) pada peramalan kecepatan akses sosial media. Gumanti dkk (2011) telah melakukan penelitian menggunakan GSTAR untuk memodelkan kejadian demam berdarah.

Perkembangan perekonomian di kawasan timur Indonesia mengalami pertumbuhan yang lebih tinggi dibandingkan di kawasan Barat Indonesia selama tahun 2007 hingga 2013. Pada tahun 2007 pertumbuhan di kawasan timur Indonesia dan barat tersebut adalah 6.04% dan 5.4%, sedangkan pada tahun 2013 adalah 7.10% dan 5.78% (BPS, 2016). Perkembangan ini terus berlanjut hingga tahun 2015. Pertumbuhan tertinggi pada tahun 2013 adalah di Propinsi Papua, sedangkan pada tahun 2016 adalah daerah Bali-Nusa Tenggara. Terus meningkatnya pertumbuhan ekonomi tersebut menunjukkan bahwa pembangunan oleh Pemerintah di kawasan timur telah berhasil. Namun

demikian, pada beberapa periode tertentu, tingkat pertumbuhan ekonomi di beberapa propinsi mengalami perlambatan. Untuk mendapatkan informasi pertumbuhan ekonomi tersebut, maka diperlukan suatu peramalan.

Tingkat pertumbuhan ekonomi, berdasarkan Produk Domestik Regional Bruto Atas Dasar Harga Konstan 2000 (PDRB ADHK 2000), di setiap propinsi didukung oleh sektor lapangan usaha yang berbeda-beda. Seperti di wilayah Pulau Kalimantan pada tahun 2013, lapangan usaha pertanian memberikan kontribusi besar pada PDRB, kecuali Propinsi Kalimantan Timur yang didukung oleh pertambangan dan industri. Hal tersebut ditunjukkan oleh persentase distribusi PDRB ADHK 2000 dari pertanian di Propinsi Kalimantan Barat, Tengah dan Tengah masing-masing adalah 32.79%, 24.48%, 27.99%, dan 22.24% (BPS, 2016), sedangkan kontribusi pertambangan dan penggalian di Kalimantan Timur adalah 42.75%. Wilayah Sulawesi dan Maluku banyak didukung oleh pertanian. Wilayah Papua dan Papua Barat masing-masing banyak didukung oleh pertambangan dan penggalian, serta industri pengolahan. Dengan demikian sektor unggulan di wilayah timur memiliki karakteristik yang berbeda-beda namun cenderung sama pada wilayah yang berdekatan. Hal ini menunjukkan bahwa analisis pertumbuhan ekonomi di wilayah tersebut memerlukan kajian aspek lokasi.

Beberapa penelitian tentang spasial untuk data pertumbuhan ekonomi diantaranya Curran (2009) di Inggris, Yildirim dkk (2011) di Amerika Latin, dan Resende (2013) di Brasil. Sedangkan penelitian untuk peramalan pertumbuhan ekonomi diantaranya oleh Perkins dan Rawski (2008), Pao dan Tsai (2011), dan Pao dkk (2012). Penelitian-penelitian tersebut belum menggunakan metode spasial.

Data BPS (BPS, 2011) menyebutkan bahwa Pemerintah telah menetapkan pentingnya dampak spasial dalam Masterplan Percepatan dan Perluasan Pembangunan Ekonomi Indonesia (MP3EI) 2011-2025, yaitu bahwa arah

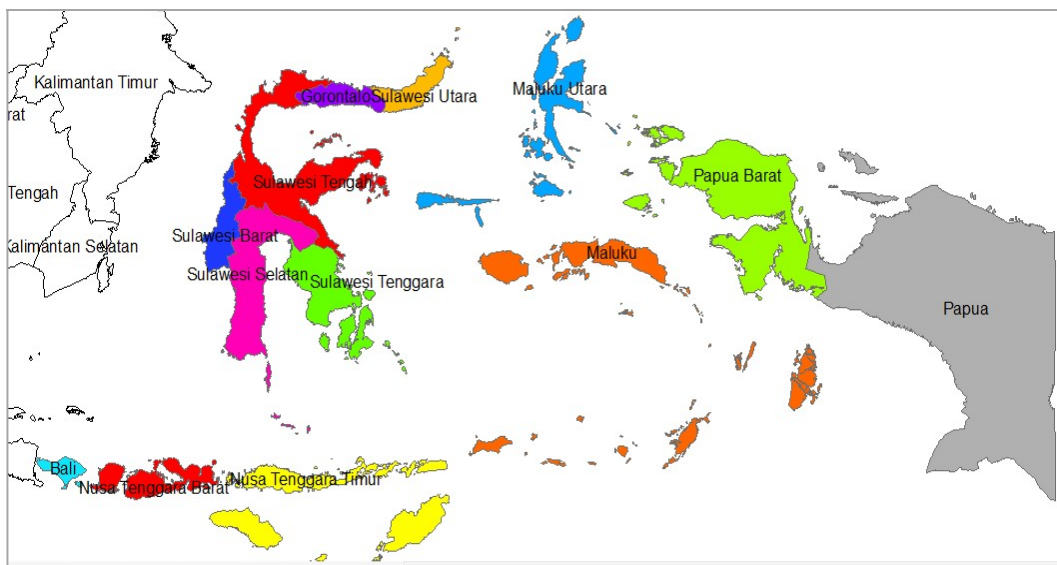
kebijakan pembangunan nasional harus mempertimbangkan pembangunan berbasis kewilayahan. Pertimbangan keterkaitan spasial ini diharapkan dapat meminimalkan disparitas perekonomian dan penyerapan tenaga kerja antar provinsi dapat dioptimalkan.

Penelitian ini melakukan analisis peramalan pertumbuhan ekonomi di setiap sektor lapangan usaha di wilayah Indonesia Timur. Metode yang digunakan adalah GSTAR. Hal ini bertujuan untuk meramalkan dengan mengkaji aspek lokasi atau hubungan antar propinsi. Selanjutnya hasil tersebut dibandingkan dengan peramalan menggunakan metode ARIMA. Hasil peramalan tersebut akan memberikan informasi mengenai perkembangan perekonomian

di setiap propinsi di wilayah Indonesia Timur.

METODE

Penelitian ini menggunakan data laju pertumbuhan ekonomi *year on year* (y.o.y) di tiga belas propinsi di Kawasan Timur Indonesia (Gambar 1). Pertumbuhan ekonomi y.o.y merupakan pertumbuhan ekonomi yang dihitung atau dibandingkan dengan periode setahun sebelumnya. Pemodelan menggunakan 43 amatan data, yaitu kuartil 4 tahun 2014 hingga kuartil 2 tahun 2015 di masing-masing propinsi. Sedangkan untuk validasi proyeksi, digunakan data kuartil 3 tahun 2015 hingga kuartil 1 tahun 2016. Data sekunder tersebut didapat dari laporan kajian ekonomi regional Bank Indonesia.



Gambar 1. Lokasi Penelitian

Data yang lengkap sesuai periode pemodelan hanya ada di 10 propinsi, dengan demikian metode GSTAR dan ARIMA hanya dilakukan pada kesepuluh propinsi tersebut. Kode untuk setiap propinsi adalah: 1) Sulawesi Selatan, 2) Sulawesi Tenggara, 3) Sulawesi Tengah, 4) Gorontalo, 5) Sulawesi Utara, 6) Papua, 7) Bali, 8) NTB, 9) NTT, dan 10) Maluku. Metode analisis yang digunakan adalah: 1) Identifikasi pola spasial, 2) Pemodelan GSTAR, dan 3) Pemodelan ARIMA.

Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) merupakan pengembangan dari model STAR. Model ini cenderung lebih fleksibel dibandingkan model STAR. Secara matematis, notasi dari model GSTAR adalah sama dengan model STAR. Perbedaan utama dari model GSTAR ini terletak pada nilai-nilai parameter pada *lag* spasial yang sama diperbolehkan berlainan. Pada model STAR adalah pada parameter autoregresifnya yang diasumsikan sama pada seluruh lokasi. Misalkan:

$\mathbf{Z}(t) = (Z_1(t), Z_2(t), \dots, Z_N(t))'$ adalah vektor berukuran $1 \times N$ dengan waktu $t=1, 2, \dots, T$ berdasarkan lokasi dan waktu. Model umum GSTAR ($p; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$) dinyatakan dengan (Nurhayati dkk, 2012):

$$\mathbf{Z}(t) = \sum_{k=1}^p \sum_{l=0}^{\lambda_k} \Phi_{kl} \mathbf{W}^{(l)} \mathbf{Z}(t-k) + \mathbf{e}(t) \quad (1)$$

Dengan p adalah order *autoregressive*, λ_k adalah order spasial dari order *autoregressive* ke- k , $\mathbf{W}^{(l)} = (w_{ij}^{(l)})$ adalah matrik pembobot spasial order ke- l yang berukuran $N \times N$ dan diagonalnya bernilai nol, dan Φ_{kl} adalah matrik diagonal dari parameter *lag* temporal ke- k dan *lag* spasial ke- l . Elemen-elemen diagonal tersebut adalah $\phi_{kl}^{(1)}, \phi_{kl}^{(2)}, \dots, \phi_{kl}^{(N)}$. Vektor error $\mathbf{e}(t)$ diasumsikan berdistribusi normal dengan rata-rata nol dan varians konstan.

Model GSTAR (1;1) adalah model dengan order *autoregressive* $p=1$ dan order spasial λ_1 . Bentuk persamaan model ini adalah:

$$\mathbf{Z}(t) = \Phi_{10} \mathbf{Z}(t-1) + \Phi_{11} \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{Z}(t-1) + \mathbf{e}(t) \quad (2)$$

Model GSTAR (2;1,1) adalah model dengan order *autoregressive* $p=2$ dan order spasial λ_1 dan λ_2 . Bentuk persamaan model ini adalah:

$$\mathbf{Z}(t) = \Phi_{10} \mathbf{Z}(t-1) + \Phi_{11} \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{Z}(t-1) + \Phi_{20} \mathbf{Z}(t-2) + \Phi_{21} \mathbf{W}^{(2)} \mathbf{Z}(t-1) + \mathbf{e}(t) \quad (3)$$

Penelitian Lee (205) menyatakan bahwa pada pemodelan data *space-time*, beberapa asumsi yang diperlukan adalah pola spasial, stasioneritas, invertibility, korelasi yang konstan, dan distribusi normal. Sementara itu, Wutsqa dkk (2010) menyatakan bahwa asumsi pada model meliputi residual berdistribusi normal dengan rata-rata nol dan varians konstan. Dengan demikian, perlu dilakukan pengujian untuk mengetahui apakah

asumsi model telah terpenuhi, yaitu melalui uji multivariate *white noise* dan distribusi normal pada residual. Berdasarkan estimasi model maka residual dituliskan $\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{Z}(t) - \hat{\mathbf{Z}}(t)$.

Asumsi *white noise* memiliki arti bahwa residual antar amatan tidak saling berkorelasi. Salah satu uji *white noise* adalah uji Portmanteau yang merupakan bentuk umum dari *Ljung and Box* pada kasus multivariate Wutsqa dkk (2010). Sedangkan asumsi multivariate normal dilakukan melalui uji multivariate *shapiro wilks*.

Hubungan kedekatan (*neighbouring*) antar lokasi dinyatakan dalam suatu matrik pembobot spasial, yaitu \mathbf{W} seperti pada persamaan (1). Matrik ini memberi peranan penting dalam setiap analisis data spasial, karena menunjukkan informasi lokasi, ketetanggaan antar lokasi, dan hubungan jauh dekatnya antar lokasi. Oleh karena itu pemilihan jenis matrik ini juga menjadi perhatian utama dalam analisis spasial. Pada pengkajian pembobotan spasial, pemilihan matrik pembobot harus dilakukan secara khusus dan diatur secara *convenience* dan atau *convention*. Spesifikasi dari matrik pembobot adalah merepresentasikan informasi cakupan dan intensitas efek spasial ruang dari suatu unit lokasi di dalam sistem geografi. Matrik pembobot dituliskan:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{13} & w_{23} & \dots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & w_{ij} & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & w_{n3} & \dots & w_{nn} \end{bmatrix} \quad (4)$$

dengan elemen-elemennya w_{ij} . Nilai w_{12} dan w_{21} merupakan pembobot antara lokasi pertama dan kedua. Lokasi yang dekat dengan lokasi yang diamati diberi pembobot besar, sedangkan yang jauh diberi pembobot kecil.

Terdapat berbagai jenis pembobot yang dapat digunakan, diantaranya bobot uniform, biner, inverse jarak, dan berdasarkan semi-variogram [9]. Pembobot uniform adalah pembobot yang memberikan nilai bobot yang sama

untuk masing-masing lokasi. Misalnya $n_i^{(l)}$, $l = 1, 2, \dots$ menunjukkan jumlah lokasi yang bertetangga pada order ketetangaan, maka pembobot uniform pada GSTAR dituliskan dengan Nurhayati dkk (2012).

$$w_{ij}^{(l)} = \begin{cases} \frac{1}{n_i^{(l)}} & , \text{jika } j \text{ adalah tetangga order ke } l \\ 0 & \text{jika } j \text{ bukan tetangga} \end{cases} \quad (5)$$

Jika $l=1$ maka w_{ij} berisi ketetangaan suatu lokasi (misalnya A) dengan lokasi lain (misalnya B). Jika $l=2$ maka w_{ij} berisi ketetangaan lokasi A dengan tetangga dari lokasi B. Diagonal utama matrik bernilai nol.

Jumlah lokasi yang bertetangaan dapat ditentukan dari jenis pembobotan biner dan inverse jarak, yaitu memberikan kode nol jika bertetangaan dan 1 jika bertetangga. Pada penelitian ini menggunakan inverse jarak, yaitu:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1 & , \text{jika } d_{ij} < b \\ 0 & , \text{jika } d_{ij} \geq b \end{cases} \quad (6)$$

Fungsi ini memberi kode nol ketika lokasi j berada di luar radius b dari lokasi i , sedangkan apabila lokasi j berada didalam radius b maka akan mendapat bobot satu. Dengan demikian fungsi ini menggunakan pengkodean biner. Dengan d_{ij} dihitung dari:

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \quad (7)$$

Identifikasi order spasial dan time pada persamaan (1) dilakukan melalui pembuatan *Space-Time Autocorrelation Function* (STACF) dan *Space-Time Partial Autocorrelation Function* (STPACF). Penelitian Nurhayati dkk (2013) menyatakan bahwa order model GSTAR ($p; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$) diidentifikasi berdasarkan *tail-off* dari autokorelasi dan *cut-off* dari autokorelasi parsial setelah *lag time* p dan *lag spasial* λ_p . Order model dianalogikan seperti pada model STAR.

STACF antara order spasial ke- k dan ke- l pada *lag* waktu ke- p adalah:

$$\rho_{kl}(p) = \frac{\gamma_{kl}(p)}{\sqrt{\gamma_{ll}(0)\gamma_{kk}(0)}} \quad (8)$$

dengan γ_{kl} adalah kovarian *space-time* antara order spasial ke- k dan ke- l , yaitu:

$$\gamma_{kl}(p) = E_t \left[\frac{[\mathbf{W}^{(l)} \mathbf{Z}_t]^T [\mathbf{W}^{(k)} \mathbf{Z}_{t-p}]^T}{N} \right] \quad (9)$$

Berbeda dengan metode GSTAR, metode *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) tidak memperhatikan aspek ruang atau spasial. ARIMA merupakan model yang dikembangkan secara intensif oleh George dan Gwilyn Jenkins sehingga nama mereka sering disinonimkan dengan proses *Box-Jenkins* yang diterapkan untuk analisis dan peramalan data runtun waktu (*time series*). Model Autoregresif (AR) pertama kali diperkenalkan oleh Yule (1926) dan kemudian dikembangkan oleh Walker (1931). Akan tetapi, dasar-dasar teoritis dari proses kombinasi ARMA ditemukan oleh Wold. Wold membentuk model ARMA yang dikembangkan pada tiga arah yaitu identifikasi efisien dan prosedur penaksiran (untuk proses AR, MA dan ARMA campuran), perluasan dari hasil tersebut untuk mencakup runtun waktu musiman (*seasonal time series*) dan pengembangan sederhana yang mencakup proses-proses non stasioner (ARIMA) (Makridakis, 1998). Model AR, MA, dan ARMA sebelumnya mengisyaratkan bahwa data *time series* yang diamati mempunyai sifat stasioner. Namun dalam kenyataan data *time series* seringkali tidak stasioner. Jika data yang digunakan tidak stasioner dalam *mean* maka data tersebut akan menjadi stasioner melalui proses diferensi (*difference*). Sedangkan jika data tersebut tidak stasioner dalam varians dan mean, maka perlu dilakukan proses transformasi lambda sebelum proses diferensi. Model dengan data yang stasioner melalui proses *diffrencing* ini disebut model ARIMA.

Dengan demikian jika data stasioner pada proses *diffrencing* d kali dengan mengaplikasikan ARMA (p,q) maka model ARIMA menjadi (p,d,q) dimana p adalah tingkat AR, d tingkat *diffrencing* dan q merupakan tingkat MA. Bentuk umum model ARIMA (p,d,q) adalah sebagai berikut:

$$(1-\phi_1B^1-\dots-\phi_pB^p)Y_t=\mu'+1-\theta_1B^1-\dots-\theta_qB^q)e_t \quad (10)$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

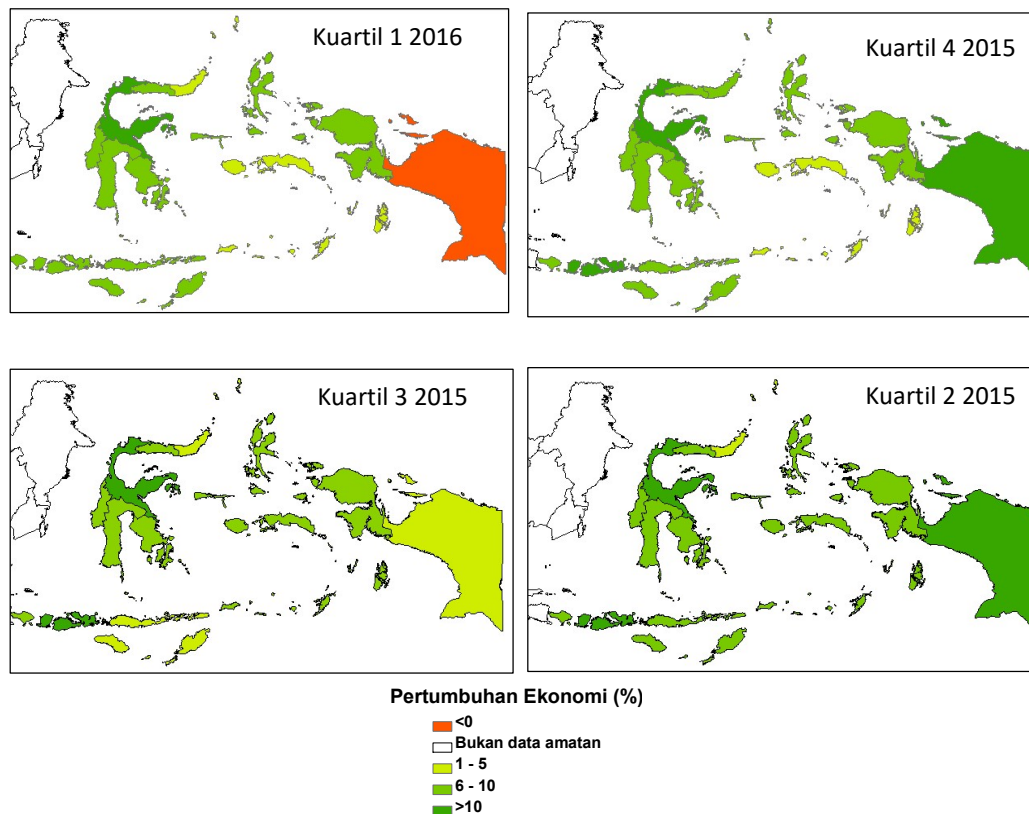
Karakteristik *Space-Time* Pertumbuhan Ekonomi

Pertumbuhan ekonomi di propinsi-propinsi Kawasan Timur Indonesia kuartil 2 tahun 2015 hingga kuartil 1 2016 disajikan di Gambar 2. Pada kuartil 1 tahun 2016, pertumbuhan ekonomi y.o.y tertinggi ada di Propinsi Sulawesi Tengah yaitu 11,81%, sedangkan yang terendah adalah Papua yang mengalami perlambatan sebesar 2,03%. Kemudian pada kuartil 4 tahun 2015, pertumbuhan ekonomi y.o.y tertinggi adalah juga di Propinsi Sulawesi Tengah (15,1%) kemudian disusul oleh Papua (14,08%), sedangkan yang relatif rendah adalah Sulawesi Utara (5,03%) dan NTT (5,13%).

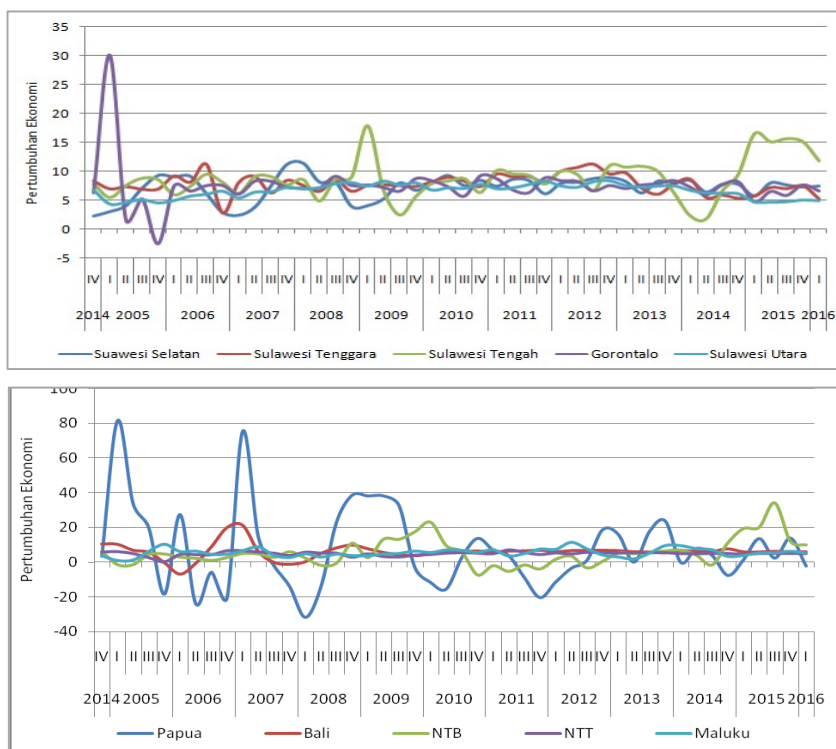
Secara pola spasial pada kuartil 2016, terlihat bahwa propinsi yang berada pada pulau besar cenderung memiliki pertumbuhan ekonomi yang tinggi. Seperti pada Pulau Sulawesi yang memiliki rata-rata pertumbuhan ekonomi y.o.y 7,9%. Hal ini dikarenakan masing-masing propinsi di pulau tersebut berlokasi saling berdekatan dan saling mempengaruhi. Apabila ada propinsi yang memiliki perkembangan ekonomi baik, maka propinsi yang

berdekatan juga akan mendapat keuntungan dan memiliki perkembangan ekonomi baik pula. Selain itu juga didukung oleh kemudahan akses, baik akses ekonomi, fasilitas kesehatan maupun pendidikan. Berbeda dengan beberapa propinsi yang berupa wilayah kepulauan yang cenderung memiliki perkembangan ekonomi relatif rendah. Seperti pada Propinsi Maluku yang memiliki pertumbuhan ekonomi 5,5%. Apabila dilihat dari jarak terhadap pusat kegiatan ekonomi, yaitu Ibukota Jakarta dan Pulau Jawa, Propinsi Papua merupakan propinsi yang berlokasi paling jauh. Pada kuartil 1 tahun 2016, pertumbuhan ekonomi y.o.y Propinsi Papua mengalamai perlambatan. Pertumbuhan ekonomi pada kuartil 2 hingga 4 tahun 2015 juga mencirikan adanya pola spasial. Propinsi yang berada pada satu pulau relatif memiliki pertumbuhan ekonomi yang tinggi, yaitu Pulau Sulawesi. Berdasarkan pembahasan yang ada, maka aspek spasial menjadi penting dalam menganalisis pertumbuhan ekonomi.

Pola pertumbuhan ekonomi menurut periode waktu disajikan di Gambar 3. Selama kuartil 3 tahun 2004 hingga triwulan 1 tahun 2016, pertumbuhan ekonomi di sepuluh propinsi cenderung mengalami fluktuasi menaik dan menurun. Dari lima propinsi di Pulau Sulawesi, Propinsi Gorontalo dan Sulawesi Tengah memiliki fluktuasi yang lebih tinggi dibandingkan propinsi lainnya. Pada beberapa waktu kuartil terakhir, Propinsi Sulawesi Tengah memiliki pertumbuhan ekonomi yang lebih baik dibandingkan propinsi lainnya. Selanjutnya, Propinsi Papua juga terus mengalami fluktuasi.



Gambar 2. Pola Spasial Pertumbuhan Ekonomi Kawasan Timur Indonesia



Gambar 3. Pertumbuhan Ekonomi Kawasan Timur Indonesia

Estimasi Model GSTAR

Estimasi model GSTAR dapat dilakukan dengan *Least Square*. Model umum GSTAR ($p; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$) telah dituliskan seperti di persamaan (1). Pada pembahasan ini diberikan estimasi GSTAR (1;1) yang memiliki bentuk persamaan (2). Model ini dapat disajikan ke dalam bentuk matrik

$$Z = X\Phi + e \tag{11}$$

dimana

$$Z = (Z_1(1), Z_1(2), \dots, Z_1(T), Z_2(1), Z_2(2), \dots, Z_2(T), Z_N(1), Z_N(2), \dots, Z_N(T))$$

$$X = \text{diag}(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

$$X_i = \begin{pmatrix} Z_i(0) & \sum_{j \neq i} w_{ij} Z_j(0) \\ Z_i(1) & \sum_{j \neq i} w_{ij} Z_j(1) \\ \vdots & \vdots \\ Z_i(T-1) & \sum_{j \neq i} w_{ij} Z_j(T-1) \end{pmatrix}$$

$$\Phi = (\Phi_{10}^{(1)}, \Phi_{11}^{(1)}, \dots, \Phi_{10}^{(N)}, \Phi_{11}^{(N)})$$

$$e = (W_1(1), e_1(2), \dots, e_1(T), e_2(1), e_2(2), \dots, e_2(T), e_N(1), e_N(2), \dots, e_N(T))$$

Dengan demikian estimasi untuk parameter Φ adalah

$$\Phi = (X'X)^{-1} X'Z \tag{12}$$

Proyeksi Pertumbuhan Ekonomi dengan Metode GSTAR

Proyeksi pertumbuhan ekonomi dengan GSTAR dilakukan melalui tahapan: 1) penentuan pembobot, 2) identifikasi order melalui STACF dan STPACF, 3) estimasi, 4) peramalan, dan 5) *check diagnostic*.

a. Penentuan Pembobot

Pembobot yang digunakan pada penelitian ini adalah jenis inverse jarak. Fungsi pembobot pada order ketetangaan ke- l yaitu:

$$w_{ij}^{(l)} = \begin{cases} 1 & , \text{jika } d_{ij} < 9 \\ 0 & , \text{jika } d_{ij} \geq 9 \end{cases}$$

Perhitungan d_{ij} adalah dengan menghitung jarak *euclidean* antar propinsi. Jarak tersebut menggunakan titik koordinat longitude dan latitude pusat propinsi. Hasil perhitungan jarak disajikan di Tabel 1.

Matrik pembobot order 1 dan order 2 masing-masing disajikan di Tabel 2 dan Tabel 3. Pada pembobot order 1, propinsi yang berada pada radius kurang dari 9 dinyatakan sebagai bertetangga dan di kode 1. Seperti pada Propinsi Sulawesi Selatan yang bertetangga dengan Propinsi Sulawesi Tenggara, Sulawesi Tengah, Gorontalo, Sulawesi Utara, Bali, NTB, dan NTT. Pada pembobot order 2 mengandung unsur tetangga dari tetangga order 1. Sebagai contoh, Propinsi Sulawesi bertetangga dengan NTT. Karena Propinsi Maluku bertetangga dengan NTT maka Maluku merupakan tetangga order 2 dari Sulawesi Tenggara.

Tabel 1. Jarak Euclidean antar Propinsi

Propinsi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.00	1.96	2.90	4.92	6.57	18.52	6.87	5.58	5.91	9.69
2	1.96	0.00	3.28	4.84	5.89	16.59	8.14	6.39	5.12	7.75
3	2.90	3.28	0.00	2.06	3.99	17.86	9.55	8.46	8.33	9.39
4	4.92	4.84	2.06	0.00	2.19	17.14	11.60	10.49	9.95	9.18
5	6.57	5.89	3.99	2.19	0.00	15.34	13.42	12.07	10.74	7.96
6	18.52	16.59	17.86	17.14	15.34	0.00	23.82	21.52	17.11	8.86
7	6.87	8.14	9.55	11.60	13.42	23.82	0.00	2.39	7.11	15.12
8	5.58	6.39	8.46	10.49	12.07	21.52	2.39	0.00	4.72	12.89
9	5.91	5.12	8.33	9.95	10.74	17.11	7.11	4.72	0.00	8.87
10	9.69	7.75	9.39	9.18	7.96	8.86	15.12	12.89	8.87	0.00

Tabel 2. Pembobot Invers Jarak order $l=1$

Propinsi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0
2	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
3	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0
4	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0
5	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
7	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0
8	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0
9	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1
10	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0

Tabel 3 Pembobot Invers Jarak order $l=2$

Propinsi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
5	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
6	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
7	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
8	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
9	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
10	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0

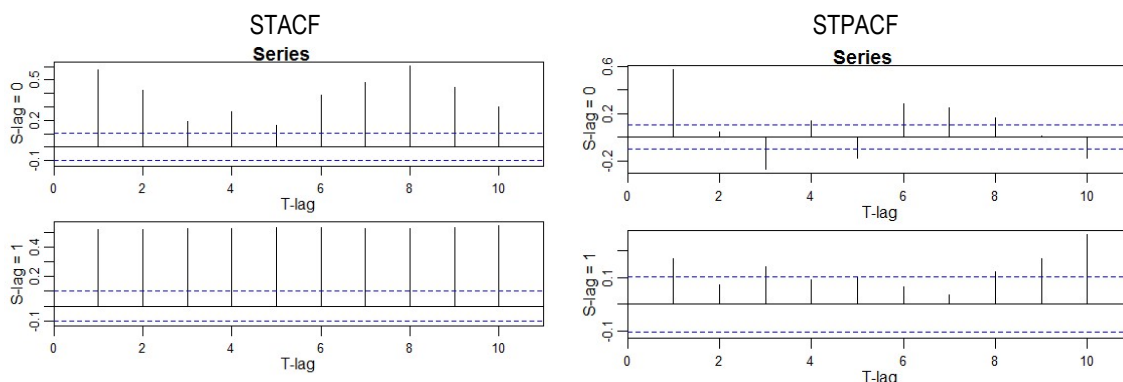
b. Identifikasi Model

Identifikasi model GSTAR ($p; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$) dilakukan dengan membuat *Space Time Autocorrelation Function* (STACF) dan *Space Time Partial Autocorrelation Function* (STPACF). Dengan STACF dan STPACF tersebut, akan didapatkan order p dan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$. Berdasarkan Gambar 4 dapat

diketahui bahwa STACF *tail-off*, sedangkan STPACF *cutt-off* pada

- *Time lag* 1,3,4,5,6,7,8 pada spasial *lag* 0
- *Time lag* 1,3,5,8,9,10 pada spasial *lag* 1

Berdasarkan identifikasi tersebut maka terdapat banyak alternatif *order time* dan spasial pada model GSTAR. Namun pada penelitian ini menggunakan satu model GSTAR (1; 1). Model ini didasarkan pada STACF *tail-off* dan STPACF *cutt-off* pada *time lag* 1 spasial *lag* 1.



Gambar 4. Plot STACF dan STPACF

c. Estimasi Parameter

Estimasi parameter dilakukan dengan metode *least square*. Model yang akan diestimasi adalah GSTAR (1, λ_1), dengan persamaan

$$\mathbf{Z}(t) = \Phi_{10}\mathbf{Z}(t-1) + \Phi_{11}\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{Z}(t-1) + \mathbf{e}(t)$$

atau bentuk matrik $\mathbf{Z} = \mathbf{X}\Phi + \mathbf{e}$. dengan \mathbf{Z} adalah matrik berukuran (43x1):

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 2.28 \\ 3.03 \\ 4.04 \\ \vdots \\ 4.10 \\ 5.50 \end{bmatrix}$$

Matrix pembobot \mathbf{W} adalah berisi ketetangaan order 1. Matrik ini berukuran 10x10. Matrik $\mathbf{X} = \text{diag}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_N)$ berukuran 420 x 20, masing-masing \mathbf{X}_i berukuran 42 x 2. Sebagai contoh matrik \mathbf{X}_1 untuk Propinsi Sulawesi Selatan:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{pmatrix} Z_1(1) & \sum_{j \neq i} w_{ij} Z_1(1) \\ Z_1(2) & \sum_{j \neq i} w_{ij} Z_1(2) \\ \vdots & \vdots \\ Z_1(42) & \sum_{j \neq i} w_{ij} Z_1(42) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.28 & 52.12 \\ 3.02 & 62.06 \\ \vdots & \vdots \\ 5.72 & 61.65 \end{pmatrix}$$

Selanjutnya dilakukan estimasi parameter Φ , berupa matrik berukuran 20x1, dengan persamaan: $\Phi = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Z}$ sehingga didapatkan estimasi parameter seperti di

Tabel 4.

Tabel 4. Estimasi Parameter GSTAR (1; 1)

Lokasi	$\hat{\Phi}_{10}^{(1)}$	$\hat{\Phi}_{11}^{(1)}$	Lokasi	$\hat{\Phi}_{10}^{(1)}$	$\hat{\Phi}_{11}^{(1)}$
Suawesi Selatan	0.773	0.036	Papua	0.309	0.668
Sulawesi Tenggara	0.491	0.076	Bali	0.669	0.075
Sulawesi Tengah	0.539	0.099	NTB	0.689	0.048
Gorontalo	-0.032	0.255	NTT	0.558	0.055
Sulawesi Utara	0.789	0.038	Maluku	0.824	0.027

d. Check Diagnostic

Diagnostik cek dilakukan untuk mengetahui layak tidaknya model GSTAR yaitu melalui pengujian asumsi *white noise* multivariate dan normal multivariate pada residual. Uji *white noise* multivariate dilakukan melalui *Portmanteau Multivariate Test* dengan hipotesis:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_m = 0$$

(residual telah *white noise*)

$$H_1 : \text{residual tidak } white \text{ noise}$$

Berdasarkan Tabel 5 dapat diketahui bahwa nilai P lag 1 dan 2 lebih dari $\alpha=5\%$, maka kesimpulannya adalah residual telah *white noise* pada lag 1 dan

2. Sedangkan uji asumsi normal menggunakan uji multivariate Shapiro Wilks. Hasil pengujian menunjukkan bahwa residual belum memenuhi asumsi berdistribusi normal. Hal ini ditunjukkan oleh nilai P kurang dari $\alpha=5\%$.

Tabel 5. Hasil *Portmanteau Multivariate Test*

Lag	Q _N (m)	df	Pvalue
1	0.067	1.000	0.730
2	1.798	1.800	0.248
3	20.473	2.571	0.001
4	30.904	3.333	0.001
5	50.904	4.091	0.001
6	64.779	4.846	0.001
7	75.716	5.600	0.001
8	85.112	6.353	0.001
9	92.573	7.105	0.001

10	100.505	7.857	0.001
----	---------	-------	-------

Hasil peramalan untuk kuartil 3 dan 4 tahun 2015 serta kuartil 1 tahun 2016

e. Peramalan

Peramalan untuk h periode ke depan adalah menggunakan rumus:

$$\hat{Z}_T(h) = \Phi_{10} \hat{Z}_T(h-1) + \Phi_{11} \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{Z}_T(h-1)$$

disajikan di

Tabel 6.

Tabel 6. Hasil Peramalan dan Perbandingan dengan Data Aktual melalui Metode GSTAR

Propinsi	kuartil 3 tahun 2015		kuartil 4 tahun 2015		kuartil 1 tahun 2016	
	Aktual	Peramalan	Aktual	Peramalan	Aktual	Peramalan
Suawesi Selatan	7.59	7.381	7.24	7.312	7.41	7.309
Sulawesi Tenggara	7	8.797	7.5	8.627	5.2	8.633
Sulawesi Tengah	15.63	12.005	15.1	11.975	11.81	11.967
Gorontalo	5.86	8.124	7.67	8.331	6.61	8.265
Sulawesi Utara	4.73	5.547	5.04	5.557	4.92	5.557
Papua	2.54	3.562	14.08	3.513	-2.03	3.552
Bali	6.3	7.116	5.96	7.064	6.04	7.042
NTB	34.22	12.451	11.98	12.510	9.97	12.489
NTT	5.15	6.119	5.13	6.008	5.06	5.997
Maluku	5.6	3.763	6.5	3.822	5.5	3.813

Proyeksi Pertumbuhan Ekonomi dengan Metode ARIMA

Hasil peramalan menggunakan metode ARIMA disajikandi Tabel 7. Model ARIMA diperoleh melalui proses

uji stasioneritas data, identifikasi moder ARIMA berdasarkan plot ACF dan PACF, estimasi parameter, *diagnostic check* (asumsi residual dan white noise), dan peramalan.

Tabel 7. Hasil Peramalan Metode ARIMA dan Perbandingan dengan Data Aktual

Propinsi	Model	Kuartil 3 Tahun 2015		Kuartil 4 Tahun 2015		Kuartil 1 Tahun 2016	
		Aktual	Peramalan	Aktual	Peramalan	Aktual	Peramalan
Suawesi Selatan	ARIMA (3,0,2)	7.59	7.203	7.24	7.328	7.41	7,369
Sulawesi Tenggara	ARIMA (2,0,20)	7	7.651	7.5	7.650	5.2	7.661
Sulawesi Tengah	ARIMA (2,0,1)	15.63	8,273	15.1	8.273	11.81	8.273
Gorontalo	ARIMA (2,0,3)	5.86	5.654	7.67	5.654	6.61	5.654
Sulawesi Utara	ARIMA (1,0,0)	4.73	-27.504	5.04	-28.272	4.92	-29.040
Papua	ARIMA (5,0,5)	2.54	-0.014	14.08	0.013	-2.03	-0.012
Bali	ARIMA (1,0,1)	6.3	6.031	5.96	6.031	6.04	6.031
NTT	ARIMA (1,0,0)	5.15	4.958	5.13	4.958	5.06	4.958
Maluku	ARIMA (2,0,1)	5.6	2.631	6.5	2.631	5.5	2.631

Perbandingan Metode GSTAR dan ARIMA

Perbandingan metode menggunakan nilai *Mean Square Error* (MSE) seperti pada Tabel 8. Berdasarkan perbandingan tersebut dapat diketahui bahwa model GSTAR memberikan nilai MSE yang lebih kecil pada peramalan di 5 propinsi dari 9 propinsi. Dengan demikian, metode GSTAR memberikan hasil peramalan yang lebih baik.

Tabel 8. Nilai MSE metode GSTAR dan ARIMA

Propinsi	GSTAR	ARIMA
Suawesi Selatan	0.020	0.053
Sulawesi Tenggara	5.428	2.168
Sulawesi Tengah	7.646	37.748
Gorontalo	2.768	1.674
Sulawesi Utara	0.447	1100.667
Papua	47.954	69.492
Bali	0.963	0.026
NTB	160.170	-
NTT	0.862	0.026
Maluku	4.465	10.672

KESIMPULAN

Melalui identifikasi pola spasial, dapat diketahui bahwa laju pertumbuhan ekonomi y.o.y di propinsi Kawasan Timur Indonesia memiliki keterkaitan antar lokasi. Dengan demikian diperlukan metode *spatio-temporal* dalam meramalkannya. Metode ini memperhatikan aspek lokasi dan waktu. Berdasarkan identifikasi STACF dan SPACF, teridentifikasi model GSTAR (1;1). Estimasi parameter *least square* menghasilkan estimasi yang berbeda-beda di setiap propinsi. Berdasarkan perbandingan dengan metode ARIMA, GSTAR memberikan hasil peramalan yang lebih baik.

DAFTAR PUSTAKA

Anselin, L., 1988, *Spatial Econometrics: Methods and Models*, 1st Edn., Kluwer Academic Publishers, Netherlands, ISBN-10: 9024737354, pp. 304.

Bekti, R. D., Sutikno, 2011, Spatial Modeling on the Relationship between Asset Society and Poverty in East Java, *Jurnal Matematika dan Sains*, vol. 16 no. 3, pp. 140-146

Bekti, R. D., Sutikno, 2012, Spatial Durbin Model to Identify Influential Factors of Diarrhea, *Journal of Mathematics and Statistics*, vol. 8, no. 3, pp. 396-402, DOI: 10.3844/jmssp.2012.396.402.

Bekti, R. D., 2012, Prediksi dan Interpolasi Melalui Ordinary Kriging (Studi Kasus: Kemiskinan di Provinsi Jawa Timur), *Journal of Mathematics and Statistics*, vol. 12, pp. 123-132.

Bekti, R. D., Andiyono, & Irwansyah, E., 2014, Mapping Of Illiteracy And Information and Communication Technology Indicators Using Geographically Weighted Regression, *Journal of Mathematics and Statistics*, vol. 10, no. 2, pp.130.

BPS, 2016, *Laju Pertumbuhan Produk Domestik Regional Bruto Atas Dasar Harga Konstan 2000 Menurut Provinsi, 2000-2013*, <http://bps.go.id/linkTabelStatis/view/id/1624>, diakses 25 Maret 2016.

BPS, 2011, *Analisis Dampak Spasial pada Peramalan Perekonomian dan Ketenagakerjaan Provinsi*, Jakarta: BPS.

Curran, D., 2009, British Regional Growth and Sectoral Trends—Global and Local Spatial Econometric Approaches (NIRSA), *Working Paper Series*, No. 49.

Gumanti, N. D, Sutikno, Setiawan, 2011, Penerapan Metode GSTAR dengan Pendekatan Spatio-Temporal untuk Memodelkan Kejadian Demam Berdarah, *Skripsi*, Surabaya: ITS.

Lee, C. Y., 2005, Space-Time Modeling and Application To Emerging Infectious Diseases, *Doctoral Dissertation*, Michigan State University.

LeSage, J., 2009, *Introduction to Spatial Econometrics*, 1st Edition, Taylor and Francis Group, Boca Raton.

Makridakis, S., Wheelwright, S. C., Hyndman, R. J., 1998, *Forecasting: Method and Applications*, New York: Wiley & Sons.

Nurhayati, N., Pasaribu, U. S., Neswan, O., 2012, Application of Generalized Space-Time Autoregressive Model on GDP Data in West European Countries, *Journal of Probability and Statistics*.

- Pao, H. T., Tsai, C. M., 2011, Modeling and Forecasting The CO₂ Emissions, Energy Consumption, and Economic Growth in Brazil, *Energy*, vol. 36, no. 5, pp. 2450-2458.
- Pao, H. T., Fu, H. C., Tseng, C. L., 2012, Forecasting of CO₂ Emissions, Energy Consumption and Economic Growth in China Using An Improved Grey Model, *Energy*, vol. 40, no. 1, pp. 400-409.
- Perkins, D. H., Rawski, T. G., 2008, Forecasting China's Economic Growth to 2025, *China's Great Economic Transformation*, pp. 829-86.
- Resende, G. M., 2013, Spatial Dimensions of Economic Growth in Brazil, *ISRN Economics*.
- Reynolds, K. M., Madden, L. V., 1988, Analysis of Epidemics Using Spatio-Temporal Autocorrelation, *Phytopathology*, vol. 78, no. 2, pp. 240-246.
- Semwal, D., Patil, S., Galhotra, S., Arora, A., Unny, N., 2015, STAR: Real-time Spatio-Temporal Analysis and Prediction of Traffic Insights using Social Media, *Proceedings of The 2nd IKDD Conference on Data Sciences*, pp. 7.
- Walker, A. M., 1931, On the Periodicity in Series of Related Terms, *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*.
- Wutsqa, D. U., Suhartono, Sutijo, B., 2010, Generalized Space-Time Autoregressive Modeling, *Proceedings of the 6th IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and its Application (ICMSA 2010)*, University Tunku Abdul Rahman, Malaysia.
- Yildirim, J. U. L. I. D. E., Ocal, N. A. D. I. R., Keskin, H. A. L. I. L., 2011, Military Expenditures, Economic Growth and Spatial Spillovers: A Global Perspective, *Proceedings of International Conference on Applied Economics-ICOAE*.
- Yule, G. U., 1926, Why do We Sometime Get Nonsense Correlations Between Time Series?, *Journal of the Royal Statistical Society*.

BIODATA PENULIS

Rokhana Dwi Bakti, M.Si., M.Si., lahir di Bojonegoro pada tanggal 06 Maret

1986, menyelesaikan pendidikan S1 bidang Statistika dari Institut Teknologi Sepuluh Nopember tahun 2009, dan S2 bidang Statistika dari Institut Teknologi Sepuluh Nopember tahun 2011. Saat ini bekerja sebagai Dosen Tetap Program Studi Statistika di IST AKPRIND Yogyakarta dengan jabatan akademik Asisten Ahli pada bidang minat *statistic modelings* dan *statistic computation*.

Noviana Pratiwi, S.Si., M.Sc., lahir di Grobogan pada tanggal 05 Maret 1986, menyelesaikan pendidikan S1 bidang Matematika dari Universitas Diponegoro tahun 2008, dan S2 Jurusan Matematika bidang minat Statistika dari Universitas Gadjah Mada tahun 2012. Saat ini bekerja sebagai Dosen Tetap Program Studi Statistika di IST AKPRIND Yogyakarta dengan jabatan akademik Asisten Ahli pada bidang minat *statistic*, *risk management*, dan *experiment design*.

Petronella Mira Melati, saat ini tercatat sebagai mahasiswa Program Studi Statistika di IST AKPRIND Yogyakarta.