

PENERAPAN *ORBITS MODE DATA FITTING* UNTUK KALIBRASI *DIPSTICK* ALAT PENGUKUR KETINGGIAN MENJADI VOLUME BAHAN BAKAR MINYAK DIDALAM TANGKI DIBANDINGKAN DENGAN *LEAST SQUARE DATA FITTING*

Jovian Dian Pratama¹, Ratna Herdiana², Susilo Hariyanto³

^{1,2,3}Departemen Matematika Universitas Diponegoro

e-mail :¹joviandianpratama@yahoo.com,²herdiana.math@gmail.com,³sus2_hariyanto@yahoo.com,

ABSTRACT

In this research, the researcher proposes a new method, namely the Orbits Mode which is compared to Least Square to be applied to calibrate the measuring instrument for measuring the height (cm) in the tank, then converting it to the volume of the buried tank (liters), Fuel filling station calculates the supply using Dipstick with measurement data from the local Metrology Agency, which made and cemented the buried tank from the start, and the buried tank is used as a place to supply Fuel belonging to the station. The problem starts when the gas station experiences a loss, but the gas station has not been able to reveal the loss. One of the factors is the inaccuracy of the fuel volume measuring instrument, so it needs to be calibrated to the fuel volume measuring instrument so that it has a higher measuring accuracy. Therefore, this study is a form of follow-up to the company to calibrate the measuring instrument based on data fitting. The results of this study tested the Orbits Mode with the existing method, namely Least Square. According to the graph, Orbits Mode is not inferior exactly to the Least Square parabolic or degree three, and the calculation of Orbits Mode is more effective and simple, it does not require much calculation to produce a function that is close to the shape of a buried tank, although Orbits Mode is only for function approaches where it has one. inflection points or tend to form a circle or ellipse.

Keywords : Calibration, Data Fitting, Fuel oil tank, Least Square, Orbits Mode.

INTISARI

Pada penelitian ini, peneliti mengusulkan metode baru yaitu Orbits Mode yang dibandingkan dengan Least Square akan diterapkan untuk mengkalibrasi alat ukur pengukur ketinggian (cm) didalam tangki kemudian dikonversikan menjadi volume tangki pendam (liter), SPBU (Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum) menghitung persediaannya menggunakan Dipstick dengan data pengukuran dari Badan Metrologi setempat, yang membuat dan menera tangki pendam tersebut sejak awal dibuat, dan tangki pendam tersebut digunakan sebagai tempat persediaan Bahan Bakar Minyak (BBM) milik SPBU. Permasalahan dimulai saat SPBU mengalami kerugian, akan tetapi SPBU belum bisa mengungkap kerugian itu, salah satu faktornya adalah ketidaktepatan alat ukur volume BBM, sehingga perlu dikalibrasi alat ukur volume BBM tersebut agar memiliki ketepatan ukur yang lebih tinggi. Oleh karena itu, penelitian ini adalah bentuk tindak lanjut perusahaan untuk mengkalibrasi alat ukur berbasis Data Fitting. Hasil dari penelitian ini menguji Orbits Mode Data Fitting dengan metode yang sudah ada yaitu Least Square. Menurut grafik, Orbits Mode tidak kalah persis dengan Least Square parabola atau derajat tiga, dan perhitungan Orbits Mode Data Fitting lebih efektif dan sederhana, tidak memerlukan banyak perhitungan untuk menghasilkan fungsi yang mendekati bentuk tangki pendam, meskipun Orbits Mode hanya untuk pendekatan fungsi dimana memiliki satu titik belok saja atau cenderung membentuk lingkaran ataupun elips.

Kata kunci : Data Fitting, Kalibrasi, Least Square, Orbits Mode, Tangki Minyak

1. PENDAHULUAN

Data Fitting merupakan alternatif lain untuk Interpolasi, yang dikarenakan Interpolasi apabila untuk data yang sangat banyak, maka derajat fungsi polinomialnya pun semakin rumit, maka dari itu lebih sederhana

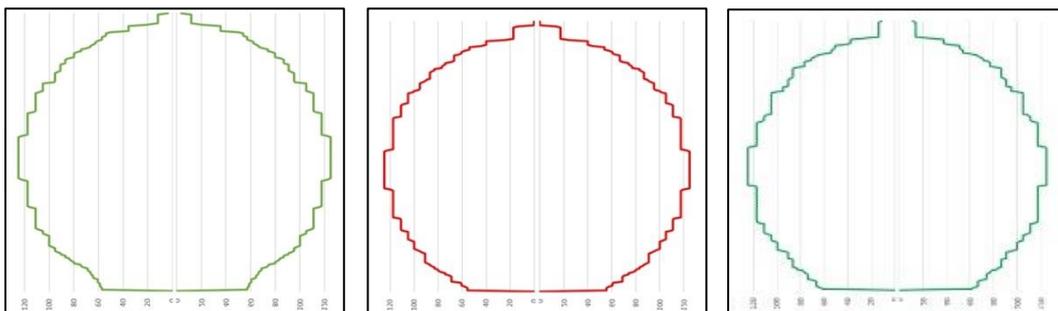
untuk mendekati fungsi suatu data (Burden, 2010). Data Fitting adalah perluasan data di luar data yang tersedia tetapi tetap mengikuti pola kecenderungan data yang tersedia, beda dengan Interpolasi yang merupakan cara mencari nilai di antara titik data dengan menggunakan titik-titik lain yang telah diketahui dalam data (Solikhin, 2014).

Pada Penelitian ini, membahas tentang penerapan data fitting untuk kalibrasi alat ukur BBM, peneliti mengusulkan metode baru yaitu *Orbits Mode Data Fitting*, metode tersebut terinspirasi dari pinggiran lapangan parade yang digunakan untuk lari dan jalan, orang yang berlari diberi tanda untuk mendekat ke lapangan parade agar lintasan yang ditempuh berkurang, dan orang yang jalan diberi tanda untuk menjauh ke lapangan parade agar lintasan yang ditempuh bertambah, sehingga kalori yang dibakar tidak jauh berbeda. metode *Orbits Mode* juga mempertimbangkan konsep pemuaiian, walaupun tangki didalam tanah suhunya stabil akan tetapi pemuaiian akan tetap ada meskipun kecil, ditambah dengan adanya BBM didalam tangki yang suhunya naik turun.

Peneliti membuat algoritma pendekatan dengan cara mengambil pertidaksamaan lingkaran yang memiliki titik terbanyak didalamnya. Pertidaksamaan lingkaran tersebut selanjutnya akan diolah menjadi fungsi setengah lingkaran, fungsi yang diambil setengah lingkaran dikarenakan bentuk penampang tangki pendam cenderung berbentuk lingkaran, dan akan diberikan asumsi bahwa tangki pendam tersebut simetris.

Penelitian ini adalah bentuk tindak lanjut dari hipotesa – hipotesa yang terjadi pada SPBU, antara lain:

1. Berdasarkan *Print Out Dispenser* BBM selalu ada selisih antara perhitungan *Dipstick* dengan *Print Out Dispenser* BBM ($|\Delta V_{Dispenser} - \Delta V_{Deepstick}| \neq 0$).
2. Berdasarkan data – data SPBU Candirejo Tuntang 45.507.21 Total Presentase Kerugian Operasional SPBU dari kesalahan ukur BBM hingga diatas 50%.
3. Adanya perbedaan yang signifikan dari interpolasi linier pada waktu sebelum dikalibrasi, dari gambar yang sudah dibuat, sebagai berikut :



Gambar 1. Dari sebelah kiri bergaris hijau, merah, dan biru merupakan hasil interpolasi linier dari penampang tangki pendam Peralite, Pertamina, dan Dexlite menurut indeks dari Badan Metrologi

Berdasarkan Gambar 1 jelas bahwa tidak seperti penampang yang semestinya yaitu mendekati bentuk lingkaran. Oleh karena itu, perlunya Kalibrasi *Dipstick* untuk mengakuratkan perhitungan *Dipstick* dari data Badan Metrologi setempat, untuk menghindari kesalahan hitung yang besar. Sehingga, SPBU tidak mengalami kerugian karena akan mengetahui kekurangan pengiriman dan persediaan BBM di dalam tangki pendam.

2. METODE PENELITIAN

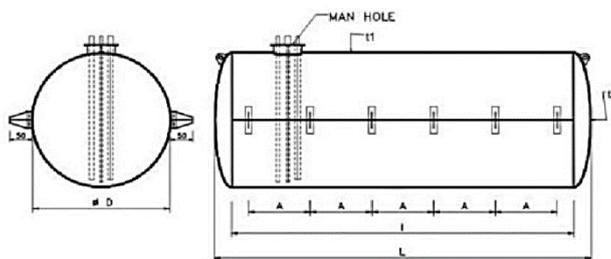
Pada pembahasan metode penelitian akan dipaparkan secara berurutan mengenai pemodelan dan asumsi, *Orbits Mode Data Fitting*, serta Rancangan penelitian.

2.1 Pemodelan dan Asumsi

Misal $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)), \dots, (x_n, f(x_n))$ dengan jumlah n data maka akan mengaproksimasi suatu fungsi yang mendekati nilai sebenarnya dengan teloransi tertentu, dan untuk kasus pengkalibrasian menggunakan *Dipstick* yaitu mengubah ketinggian minyak menjadi volume bahan bakar minyak. Oleh karena itu titik-titik koordinatnya dinotasikan $(h_1, V(h_1)), (h_2, V(h_2)), \dots, (h_n, V(h_n))$ dengan h yaitu ketinggian minyak dan $V(h)$ merupakan fungsi volume bahan bakar minyak yang ada didalam Tangki.



Gambar 2. Dipstick atau Stick Sounding Bahan Bakar Minyak



Gambar 3. Desain dan Bentuk Fisik *Underground Tank* SPBU Pertamina (Tambun, 2015)

Perhitungan Ekstrapolasi berikut muncul saat banyaknya data sebagai contoh untuk data yang lebih dari 100 titik, apabila menggunakan Interpolasi Polinomial maka akan terbentuk Fungsi Polinomial berderajat banyaknya data yang diperoleh sehingga terlalu banyak dan rumit. Oleh karena itu, Ekstrapolasi berikut merupakan Alternatif lain dari Interpolasi Polinomial.

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data dari UPTD Metrologi indeks ketinggian *Dipstick* yang kemudian di konversian menjadi volume, untuk jumlah koordinatnya akan sebanyak n koordinat dengan n yaitu juga merupakan tinggi dari tangki pendam masing-masing produk. Oleh karena itu, untuk memperoleh ekstrapolasi yang lebih akurat perhitungannya dengan menghitung tingkat galatnya dan perbandingan jika menggunakan interpolasi linier dan ekstrapolasi lingkaran atau elips.

Hasil Penelitian yaitu Kalibrasi berbasis *Orbits Mode Data Fitting* dibatasi dengan beberapa asumsi dan keadaan lapangan, antara lain sebagai berikut :

1. Fungsi Volume BBM hanya bergantung pada ketinggian volume BBM didalam Tangki
2. *Orbits Mode Data Fitting* digunakan untuk sebaran data yang membentuk Lingkaran atau Elips
3. Data – data yang digunakan dari UPTD Metrologi, bukan data lapangan SPBU Candirejo Tuntang
4. *Dipstick* yang digunakan hanya satu untuk tiga produk yang akan diteliti (Pertalite, Pertamina, Dexlite)
5. Pengukuran menggunakan *Dipstick* diasumsikan Tangki tidak miring alias datar (termasuk tangki truk)
6. Tangki untuk sebelah kanan dan kiri memiliki bentuk yang sama alias simetris

2.2. Modus Orbit Lingkaran (*Circle Orbits Mode*)

Metode *Orbits Mode* ini menggunakan pertidaksamaan lingkaran pada umumnya, Pada (Sibarani, 2014) dijelaskan persamaan Lingkaran, sebagai berikut,

Definisi 1. Persamaan lingkaran dipresentasikan pada persamaan (1) yang dimana (a, b) merupakan titik pusat lingkaran dan r sebagai panjang jari-jarinya.

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 \quad (1)$$

dikonstruksikan persamaan lingkaran (1) dengan pusat lingkaran (a, b) akan digeser ke kuadran 1 sehingga $a = 0$ sebagai titik paling bawah dan fungsi lingkaran diambil setengah lingkaran yang akan menghasilkan persamaan (12). Pada (2) disubstitusikan bahwa $y = f(x)$, dimana dalam penelitian ini adalah perubahan volume BBM.

Awal dari pembentukan *Orbits Mode Data Fitting* ini, berdasarkan pertidaksamaan 2 lingkaran (2) akan dicari titik yang terdapat didalam persamaan 2 lingkaran dengan interval tertentu, dinotasikan sebagai berikut,

$$A_i = \{(x, f(x)) \mid r_{i1}^2 < x_r^2 + f(x)^2 < r_{i2}^2\}, \text{ dengan } x_r = (x - r), r = \text{jari-jari lingkaran} \quad (2)$$

Didefinisikan $r_{i2} - r_{i1} = t_i$ (*thickness*) ketebalan dari lingkaran tersebut, yaitu partisi interval yang diambil dari nilai maksimum dan minimum dari volume $[V(h)_{min}, V(h)_{max}]$ akan dibagi beberapa partisi dimana dicari ketebalan dengan titik terbanyak, maka

$$[V(h)_{min}, V(h)_{max}] = [r_{11}, r_{12}] \cup [r_{21}, r_{22}] \cup [r_{31}, r_{32}] \cup \dots \cup [r_{k1}, r_{k2}] \quad (3)$$

dengan irisan masing – masing subselimut dari interval volume minimum dan maksimum pada persamaan (3) tidak ada himpunan kosong $\forall [r_{i1}, r_{i2}] \cap [r_{j1}, r_{j2}] = \phi$, untuk $i \neq j$ dan $i, j = 1, 2, \dots, k$ dengan k merupakan banyaknya selimut yang membagi interval maksimum dan minimum dari volume.

Definisi 2. Berdasarkan konsep potongan- α pada (Susilo, 2006). Pada potongan- α ($\alpha - cut$) dari suatu himpunan kabur, yaitu A_α adalah semua elemen x dalam himpunan semesta (dipilih bilangan riil) yang derajat keanggotaannya dalam himpunan kabur tersebut lebih besar atau sama dengan suatu nilai α yang ditentukan, $\alpha \in [0,1]$:

$$A_\alpha = \{x \in \mathbb{R} \mid \mu_A(x) \geq \alpha, \alpha \in [0,1]\} \quad (4)$$

Apabila (4) derajat keanggotaannya $x \in \mathbb{R}$ dalam himpunan kabur A lebih besar dari nilai α yang ditentukan, yaitu :

$$A'_\alpha = \{x \in \mathbb{R} \mid \mu_A(x) > \alpha, \alpha \in [0,1]\} \quad (5)$$

Maka A'_α merupakan potongan- α kuat (*strong α - cut*). Himpunan A_α dan A'_α merupakan himpunan biasa. Oleh karena itu, dari (5) disubstitusikan menjadi potongan lingkaran berdasarkan ketebalan yang jelaskan pada persamaan.

Teorema 1. (*Teorema Representasi*) jika $\{A_\alpha\}$, $\forall \alpha \in [0,1]$ adalah keluarga himpunan pada semesta bilangan riil yang memenuhi sifat tersarang (*nested*), yaitu jika $\alpha \leq \beta$ maka berlaku $K^\alpha \supseteq K^\beta$, $\forall \alpha, \beta \in [0,1]$, maka terdapat dengan tunggal himpunan kabur $A_{\alpha,\beta}$ dalam semesta bilangan riil sedemikian sehingga $A_{\alpha,\beta} = A_\alpha$, $\forall \alpha \in [0,1]$.

Untuk bukti Teorema 1 lihat (Rudhito, 2008). Pada Teorema 1 dibuat bahwa himpunannya dipilih himpunan titik yang diantara dua lingkaran, sehingga untuk langkah selanjutnya yaitu membagi partisi tersebut ntuk dijadikan himpunan titik – titik yang didalam pertidaksamaan lingkaran, didefinisikan sebagai berikut,

$$\begin{aligned} A_1 &= \{(x, f(x)) \mid r_{11}^2 < x_r^2 + f(x)^2 < r_{12}^2\} \\ A_2 &= \{(x, f(x)) \mid r_{21}^2 < x_r^2 + f(x)^2 < r_{22}^2\} \\ A_3 &= \{(x, f(x)) \mid r_{31}^2 < x_r^2 + f(x)^2 < r_{32}^2\} \\ &\dots \\ A_k &= \{(x, f(x)) \mid r_{k1}^2 < x_r^2 + f(x)^2 < r_{k2}^2\} \end{aligned} \quad (6)$$

Dari (6) Setelah itu dicari, mana A_i yang didalamnya memiliki titik terbanyak, didefinisikan sebagai berikut

$$Max(n(A_i)) = Max(n(A_1), n(A_2), n(A_3), \dots, n(A_k)) \quad (7)$$

Apabila pada persamaan (7) terdapat kondisi dimana $Max(n(A_i)) = n(A_{k_1}) = n(A_{k_2}) = \dots = n(A_{k_m})$, maka diambil pertidaksamaan lingkaran rata-rata pada $A_{k_1}, A_{k_2}, \dots, A_{k_m}$ sehingga dipilih untuk $Max(n(A_i)) = n(\overline{A_m})$, Oleh karena itu, pertidaksamaan yang lingkarannya pun akan berubah didefinisikan $\overline{A_m}$, sebagai berikut,

$$\overline{A_m} = \left\{ (x, f(x)) \mid \left(\frac{r_{k_1 1} + r_{k_2 1} + \dots + r_{k_m 1}}{m} \right)^2 < x_r^2 + f(x)^2 < \left(\frac{r_{k_1 2} + r_{k_2 2} + \dots + r_{k_m 2}}{m} \right)^2 \right\} \quad (8)$$

Langkah berikutnya, karena sudah didapatkan A_i atau $\overline{A_m}$, maka didapatkan persamaan lingkaran hasil modulus orbit, dibagi dua kasus :

➤ **Kasus 1** [$Max(n(A_i)) = n(A_m)$]

Berdasarkan (7), maka hasil modulus orbit nya dari 2 pertidaksamaan lingkaran, diperoleh

$$r_{m1}^2 < x^2 + f(x)^2 < r_{m2}^2 \Rightarrow x_r^2 + f(x)^2 = \left(\frac{r_{m1} + r_{m2}}{2} \right)^2 \Rightarrow f(x) = \sqrt{\left(\frac{r_{m1} + r_{m2}}{2} \right)^2 - x_r^2} \quad (9)$$

Oleh karena itu, dari (9) didapatkan hasil modulus orbit lingkaran yaitu fungsi setengah lingkaran, sebagai berikut

$$f(x) = \sqrt{\left(\frac{r_{m1} + r_{m2}}{2} \right)^2 - x_r^2} \quad (10)$$

Fungsi tersebut diambil setengah lingkaran dikarenakan untuk kalibrasi tangki pendam yang luas penampangnya merupakan lingkaran, yang kemudian titik – titik koordinatnya diambil dari perubahan dalam satuan (cm).

➤ **Kasus 2** [$Max(n(A_i)) = n(A_{k_1}) = n(A_{k_2}) = \dots = n(A_{k_m})$]

Berdasarkan (7), maka akan ditinjau dari persamaan (8), yang demikian hasil modulus orbit nya dari 2 pertidaksamaan lingkaran, diperoleh

$$\left(\frac{r_{k_11} + r_{k_21} + \dots + r_{k_m1}}{m}\right)^2 < x_r^2 + f(x)^2 < \left(\frac{r_{k_12} + r_{k_22} + \dots + r_{k_m2}}{m}\right)^2 \quad (11)$$

$$\Rightarrow x_r^2 + f(x)^2 = \left(\frac{\left(\frac{r_{k_11} + r_{k_21} + \dots + r_{k_m1}}{m}\right) + \left(\frac{r_{k_12} + r_{k_22} + \dots + r_{k_m2}}{m}\right)}{2}\right)^2 \quad (12)$$

Dengan $r_{m1} = \left(\frac{r_{k_11} + r_{k_21} + \dots + r_{k_m1}}{m}\right)$ dan $r_{m2} = \left(\frac{r_{k_12} + r_{k_22} + \dots + r_{k_m2}}{m}\right)$, maka

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{\left(\frac{r_{m1} + r_{m2}}{2}\right)^2 - x_r^2} \quad (13)$$

Oleh karena itu, dari (11) – (13) didapatkan hasil modulus orbit lingkaran yaitu fungsi setengah lingkaran, sebagai berikut

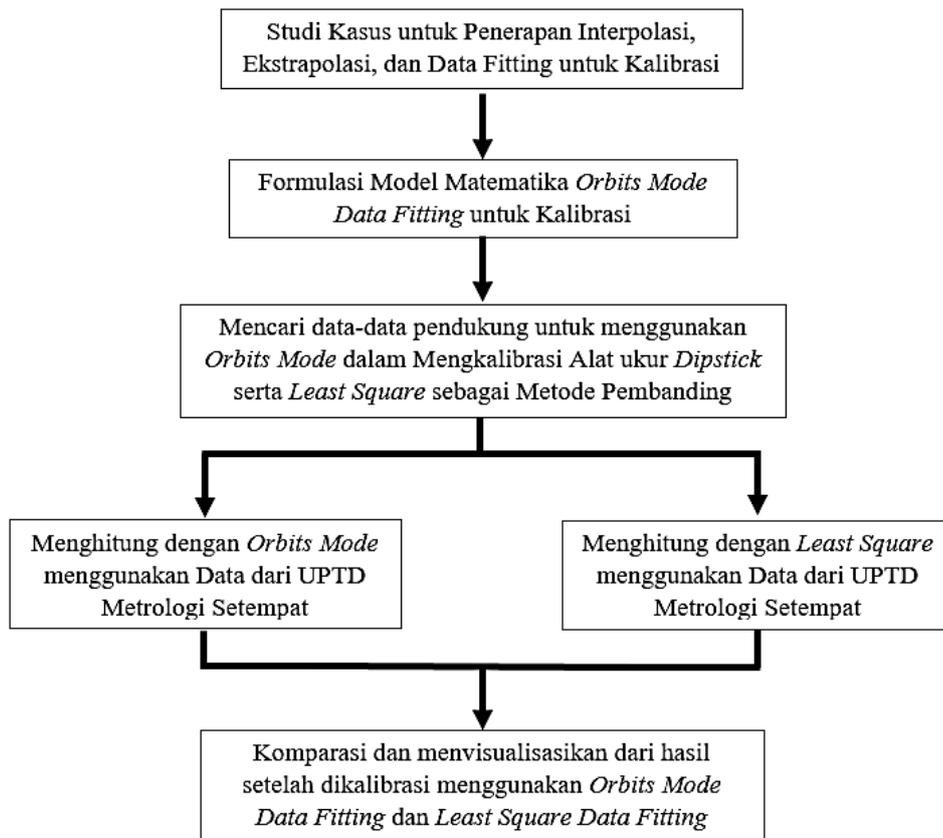
$$f(x) = \sqrt{\left(\frac{r_{m1} + r_{m2}}{2}\right)^2 - x_r^2} \quad (14)$$

Fungsi tersebut diambil setengah lingkaran dikarenakan untuk kalibrasi tangki pendam yang luas penampangnya menyerupai lingkaran, yang kemudian titik – titik koordinatnya diambil dari perubahan dalam satuan (cm).

2.3. Rancangan Penelitian

Penelitian ini dirancang dengan desain flowchart seperti pada Gambar 4.

Berdasarkan Gambar 4 akan dibandingkan metode *Orbits Mode* dan *Least Square*, sebagai basis dari Penerapan untuk Kalibrasi *Dipstick* berikut. Akan dibandingkan hasilnya dengan dua metode tersebut meliputi pendekatan grafik dengan bentuk pendekatan tangki dari data yang ada.



Gambar 4. Alur Rancangan penelitian masalah Kalibrasi berbasis *Orbits Mode* dan *Least Square Data Fitting*

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

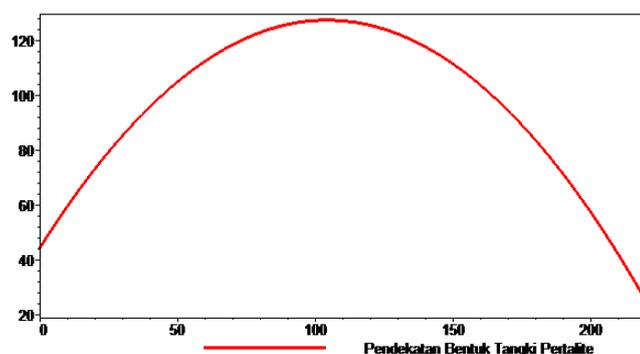
Hasil dan Pembahasan membahas tentang validasi dari perbandingan dua metode kalibrasi yaitu *Orbits Mode* dan *Least Square* dengan visualisasi grafik hasil dari kedua metode.

3.1 Kalibrasi menggunakan *Least Square Data Fitting*

Pada (Atkinson, 2004) dijelaskan *Least Square Data Fitting* dengan menyelesaikan sistem persamaan linier, yang dimana data akan dibentuk regresi menjadi fungsi parabola, dengan menggunakan *Maple* didapatkan:

$$f(x) = 44.57345126 + 1.591515339x - 0.007645066975x^2 \quad (15)$$

Berdasarkan (1) diperoleh grafik dimana mempresentasikan belahan tangki pendam pertalite, sebagai berikut:



Gambar 5. Grafik Belahan Tangki Pertalite Hasil dari fungsi parabola *Least Square Data Fitting*

Oleh karena itu, Hasil pengkalibrasian akan dilihat dari fungsi yang dihasilkan *Data Fitting*, dan Grafik yang mendekati bentuk asli dari tangki pendam. Semakin fungsi hasil *Data Fitting* tersebut mendekati bentuk umum dari tangki pendam tersebut, maka hasilnya pun makin akurat.

3.2 Kalibrasi menggunakan *Orbits Mode Data Fitting*

Langkah selanjutnya yaitu membagi partisi tersebut untuk dijadikan himpunan titik – titik yang didalam pertidaksamaan lingkaran, didefinisikan sebagai berikut,

$$A_1 = \{(x, f(x)) \mid 106^2 \leq (x - 107.5)^2 + (f(x))^2 \leq 107^2\} \quad (16)$$

Dari (16) dengan didapatkan bahwa $n(A_1) = 223$, sehingga semua titik masuk pada A_1 , Oleh karena itu, didapatkan fungsi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{\left(\frac{106 + 107}{2}\right)^2 - (x - 107.5)^2} \\ f(x) &= \sqrt{(106.5)^2 - (x - 107.5)^2} \\ f(x) &= \sqrt{(106.5)^2 - (107.5)^2 + 215x + x^2} \\ f(x) &= \sqrt{x^2 + 215x - 214} \end{aligned} \quad (17)$$

Didapat fungsi setengah lingkaran yaitu (17), yang berikut merupakan fungsi hasil *Data Fitting* menggunakan *Orbits Mode* tersebut.

3.3 Perbandingan Kalibrasi menggunakan *Least Square Data Fitting* dan *Orbits Mode Data Fitting*

Berdasarkan Penerapan yang digunakan untuk Kalibrasi, berikut hasil dari perbandingan antara dua metode *Data Fitting*, sebagai berikut :

Tabel 1. Hasil Pengujian Dua Metode *Data Fitting*

No	Bagian Pengujian	Metode Data Fitting	
		<i>Orbits Mode</i>	<i>Least Square</i>
1	Dapat Menghitung Secara Relasi bukan Fungsi	Ya	Ya
2	Bisa untuk Parabola atau Elips	Bisa	Parabola
3	Perhitungan Rumit untuk derajat yang lebih tinggi	Cukup dengan algoritma jika maka	Mulai rumit untuk derajat lebih dari 2

Berdasarkan Tabel 1 perbedaan dari dua metode ada pada Perhitungan Rumit untuk derajat yang lebih tinggi, yang demikian lebih efektif dan sederhana menggunakan *Orbits Mode Data Fitting*.

4. KESIMPULAN

Hasil dari Penelitian ini menguji *Orbits Mode Data Fitting* yang hasilnya menurut Grafik *Orbits Mode* tidak kalah persis dengan *Least Square* untuk Parabola atau derajat tiga, dan perhitungan untuk *Orbits Mode Data Fitting* lebih efektif dan sederhana, tidak memerlukan banyak perhitungan untuk menghasilkan fungsi yang mendekati bentuk tangki pendam, meskipun *Orbits Mode* hanya untuk pendekatan fungsi dimana memiliki satu titik belok saja.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan Terima Kasih disampaikan kepada Pimpinan Perusahaan yang mengelola SPBU Candirejo Tuntang yang memberikan kesempatan untuk mengadakan penelitian, serta membantu pengambilan data – data SPBU pendukung penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Atkinson, K. E. (2004). *Elementary Numerical Analysis*. 3th Edition. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc.
- Burden, R. L., dan Faires, J. D. (2010). *Numerical Analysis*. 9th Edition. Boston: Brooks/Cole Cengage Learning.
- Susilo, S.J. F. (2006). *Himpunan dan Logika Kabur serta Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Rudhito, A. M., Wahyuni, S., dan Susilo, F. (2008). *Aljabar Max-Plus Himpunan Kabur*. Berkala MIPA, 18(2).
- Sibarani, M. (2014). *Aljabar Linier*. Edisik Kedua. Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada.
- Solikhin & Khabibah, S. (2014). *Buku Ajar : Metode Numerik*. Edisi Pertama. Semarang: UPT UNDIP Press Semarang.
- Tambun, M. S., Soedjarwanto, N., dan Trisanto, A. (2015). Rancang Bangun Model Monitoring Tank SPBU Menggunakan Gelombang Ultrasonik Berbasis Mikrokontroler, *ELECTRICIAN – Jurnal Rekayasa dan Teknologi Elektro*, 9, No.2