

PERBANDINGAN UJI KUPIEC DAN *MIXED* KUPIEC PADA EGARCH-VINE COPULA UNTUK ESTIMASI *VALUE AT RISK*

¹Rahmat Deswanto, ²Noviana Pratiwi

Jurusan Statistika, Institut Sains & Teknologi AKPRIND, Yogyakarta
deswantorahmat@gmail.com

Abstract

Value at Risk (VaR) is a risk measurement tool used to calculate the maximum loss in a stocks portfolio. In financial data, normality assumptions are rarely met and there are indications of heteroscedasticity and there is no linear correlation. To solve the heteroscedasticity problem, GARCH method can be used. However, there are differences in financial data regarding influences between negative and positive residual values to data volatility, which is called leverage effect, then EGARCH model is used. Copula is one of functions that combines several marginal distributions into joint distribution because it does not need normal distribution assumption in data. Vine Copula is a copula function developed to identify complex problem in multivariate portfolio cases.

This research aimed to estimate VaR value in stocks portfolio using EGARCH-Vine Copula Archimedean during 1 October 2017 – 30 September 2019 as observation period. After that, we validate the VaR model using Kupiec and Mixed Kupiec method. This research shows that calculation of VaR in confidence levels of 90%, 95%, and 99% with four variations of stock portfolio development in: ADRO, INDY, and ITMG stocks resulted in different VaR values. Estimations in VaR of stocks portfolio with lowest maximum loss is Gumbel C-Vine Copula model with confidence level 90% in portfolio 4: 4,01%. For the backtesting results obtained by the VaR Gumbel C-Vine Copula model with a confidence level of 90% portfolio 4 is valid because it passed the Kupiec TUFF test..

Keywords: *Value at Risk, EGARCH, Vine Copula Archimedean, Kupiec*

Abstrak

Value at Risk (VaR) merupakan salah satu alat ukur risiko yang digunakan untuk menghitung kerugian maksimum pada portofolio saham. Pada data finansial biasanya asumsi normalitas jarang terpenuhi dan terdapat indikasi adanya efek heteroskedastisitas serta tidak terdapat korelasi linier. Untuk mengatasi masalah heteroskedastisitas dapat digunakan metode GARCH. Namun data finansial pada umumnya terdapat perbedaan pengaruh antara nilai residual positif dan residual negatif terhadap volatilitas data yang disebut efek asimetris, maka digunakan model EGARCH. Copula merupakan salah satu fungsi yang menggabungkan beberapa distribusi marginal menjadi distribusi bersama karena tidak memerlukan asumsi distribusi normal pada data. Vine Copula merupakan perkembangan dari fungsi copula untuk mengatasi masalah yang kompleks pada kasus portofolio saham multivariat.

*Tujuan dari penelitian adalah mengestimasi nilai VaR pada portofolio saham menggunakan metode EGARCH-Vine Copula Archimedes pada periode pengamatan 1 Oktober 2017 sampai dengan 30 September 2019. Selanjutnya dilakukan validasi model VaR dengan menggunakan metode Kupiec dan *Mixed* Kupiec. Hasil penelitian menunjukkan bahwa perhitungan VaR pada tingkat kepercayaan 90%, 95%, 99% dengan empat variasi pembentukan portofolio saham ADRO, INDY, dan ITMG menghasilkan nilai VaR yang berbeda-beda. Estimasi VaR portofolio saham dengan kerugian maksimum terendah model Gumbel C-Vine Copula dengan tingkat kepercayaan 90% pada portofolio 4 sebesar 4,01%. Selanjutnya untuk hasil *backtesting* diperoleh VaR model Gumbel C-Vine Copula dengan tingkat kepercayaan 90% portofolio 4 valid digunakan karena lolos uji Kupiec TUFF.*

Kata kunci: *Value at Risk, EGARCH, Vine Copula Archimedes, Kupiec*

1. Pendahuluan

Investasi dalam saham adalah bentuk investasi yang paling umum di pasar modal. Saham merupakan instrumen investasi yang banyak dipilih para investor karena saham mampu memberikan tingkat keuntungan yang menarik. Saham sektor pertambangan merupakan saham

yang diminati oleh banyak investor. Selama dua tahun terakhir terhitung dari 1 Oktober 2017 s.d. 30 September 2019 saham sektor pertambangan mengalami fluktuasi. Namun beberapa bulan terakhir saham sektor pertambangan mengalami penurunan. Dalam berinvestasi saham terdapat dua unsur yang saling mempengaruhi yaitu tingkat pengembalian (*return*) dan risiko (*risk*) yang harus ditanggung investor. Risiko pada investasi saham lebih tinggi dibandingkan melakukan investasi pada perbankan, namun *return* yang diharapkan juga lebih tinggi. Oleh karena itu, pembentukan portofolio saham ditujukan untuk memperoleh suatu investasi yang memberikan *return* optimal dengan resiko minimal. Portofolio merupakan kombinasi atau gabungan atau sekumpulan asset baik berupa asset riil maupun aset finansial yang dimiliki oleh investor (Halim, 2005). Salah satu alat ukur yang dapat digunakan untuk mengukur risiko terbesar portofolio adalah *Value at Risk* (VaR). VaR adalah estimasi kerugian maksimum yang akan diperoleh selama periode waktu tertentu pada tingkat kepercayaan tertentu (Jorion, 2002).

Pada dasarnya data finansial memiliki dua sifat penting, yaitu bersifat *fat tails* yang ditandai dengan kurtosis yang bernilai > 3 atau leptokurtik dan adanya *volatility clustering* yaitu berkumpulnya sejumlah *error* dengan besar yang relatif sama dalam beberapa waktu yang berdekatan (Bollerslev, 1994). Data finansial biasanya cenderung berfluktuasi secara cepat dari waktu ke waktu sehingga variansi dan *error*-nya akan selalu berubah setiap waktu (heterogen) atau tidak konstan yang sering disebut dengan kasus heteroskedastisitas. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah keheterogenan variansi adalah metode GARCH. Namun pada umumnya data finansial menunjukkan fenomena ketidaksimetrisan antara nilai residual positif dan residual negatif terhadap volatilitasnya (Tsay, 2002). Untuk mengatasi pengaruh asimetris, salah satu metode yang dapat digunakan adalah model EGARCH. Selain terdapat gejala heteroskedastisitas, asumsi normalitas pada data finansial jarang terpenuhi dan struktur kebergantungan antar saham merupakan kebergantungan non linier. Untuk mengatasi kelemahan tersebut, diperkenalkan suatu fungsi yaitu copula.

Copula merupakan suatu fungsi yang menggabungkan beberapa distribusi marginal menjadi distribusi bersama (Suharto, 2017). Copula dapat memodelkan stuktur kebergantungan antar saham dan cukup fleksibel untuk memodelkan data *return* finansial yang tidak memenuhi sifat-sifat distribusi normal. Copula memiliki dua jenis yaitu jenis Copula Elips dan jenis Copula Archimedes. Copula Elips terdiri dari Copula Gaussian dan Copula Student-t, sedangkan Copula Archimedes terdiri dari Copula Gumbel, Copula Clayton, dan Copula Frank. Pemodelan dengan Copula memiliki kelemahan dalam kasus multivariat karena penentuan fungsi copula sulit untuk dilakukan dan keluarga yang digunakan terbatas. Selain itu, copula hanya dapat memodelkan struktur kebergantungan yang terlalu sederhana (Geidosch, 2016). Untuk itu, apabila ketergantungan antar saham lebih kompleks dan lebih mengeksplorasi adanya ketergantungan berpasangan antar saham pada portofolio multivariat maka dapat dilakukan perhitungan VaR menggunakan Vine Copula. Vine Copula merupakan fungsi distribusi multivariat yang menggabungkan distribusi marginal sekaligus dapat menggambarkan struktur kebergantungan non liniernya. Vine Copula memiliki 2 jenis yaitu C-Vine Copula dan D-Vine Copula. Konsep dari Vine Copula adalah mendekomposisi fungsi Copula multivariat menjadi fungsi Copula berpasangan (Copula bivariat).

Dari metode yang digunakan untuk pengukuran risiko perlu dilakukan validasi. Metode yang digunakan dalam memvalidasi model-model risiko dikenal dengan nama *backtesting*. *Backtesting* adalah istilah untuk proses pengecekan apakah model yang digunakan sudah sesuai dengan realitas yang ada (Hanafi 2019). Penelitian mengenai Vine Copula pernah dilakukan oleh Syahrir (2018) dengan melakukan estimasi VaR pada portofolio saham HSI, JKSE, dan N225 dengan menggunakan EGARCH-EVT Vine Copula. Kemudian penelitian tentang *backtesting* pernah dilakukan oleh Niemi (2019) yang menggunakan Uji Kupiec dan *Mixed* Kupiec untuk evaluasi VaR pada portofolio saham optimal pada saham yang terdaftar di LQ45.

Berdasarkan penjelasan yang telah disampaikan diatas, penulis ingin mengestimasi VaR pada portofolio saham sektor pertambangan yaitu pada saham Adaro Energy Tbk.(ADRO),

Indika Energy Tbk.(INDY), dan Indo Tambangraya Megah Tbk.(ITMG) menggunakan metode EGARCH-Vine Copula. Jenis Copula yang digunakan dari jenis Archimedes yaitu Gumbel, Clayton dan Frank. Kemudian dilakukan validasi menggunakan *backtesting* dengan Uji Kupiec dan *Mixed Kupiec*.

2. Metode

a. Sumber Data

Sumber data dari penelitian ini diperoleh dengan melakukan teknik dokumentasi yaitu dengan mengunduh data yang terlampir pada website Yahoo Finance yaitu <https://finance.yahoo.com>.

b. Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah data harian harga penutupan saham Adaro Energy Tbk.(ADRO), Indika Energy Tbk.(INDY), dan Indo Tambangraya Megah Tbk.(ITMG) pada periode 1 Oktober 2017 sampai 30 September 2019. Masing-masing harga penutupan saham sebanyak 520 data. Satuan harga penutupan ketiga saham adalah rupiah.

c. Tahapan Analisis Data

Tahapan analisis data dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1) Menghitung *return* dari masing-masing saham.
- 2) Melakukan analisis deskriptif.
- 3) Menguji distribusi normal data *return* saham.
- 4) Mengidentifikasi efek heteroskedastisitas pada *return* saham dengan melihat plot *return* saham.
- 5) Melakukan estimasi parameter dan uji diagnostik model GARCH-t(1,1) atau EGARCH-t(1,1).
 - a) Estimasi parameter GARCH-t(1,1) atau EGARCH-t(1,1) menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) untuk mengatasi masalah heteroskedastisitas dengan inovasi distribusi *student-t* pada residual.
 - b) Uji diagnostik GARCH-t(1,1) atau EGARCH-t(1,1) menggunakan uji ARCH-LM untuk mengetahui adanya efek ARCH/GARCH. Selanjutnya dilakukan uji Ljung Box untuk melihat apakah residual sudah independen atau memenuhi asumsi *white noise*.
- 6) Melakukan uji asimetris model GARCH-t(1,1) menggunakan uji Sign Bias.
- 7) Menghitung CDF $F(x_i)$ dan transformasi distribusi uniform $[0,1]$.
- 8) Mengidentifikasi stuktur kebergantungan model marginal dengan bantuan visualisasi menggunakan *scatter plot* dan uji Kendall's Tau.
- 9) Estimasi parameter Copula C-Vine dan Copula D-Vine.
- 10) Melakukan estimasi VaR.
 - a) Membangkitkan bilangan random (u_1, u_2, u_3) sebanyak 519 data dari simulasi Vine Copula berdasarkan parameter copula yang telah diestimasi pada langkah sebelumnya.
 - b) Invers CDF masing-masing marginal terhadap (u_1, u_2, u_3) dari langkah 10a kemudian dikalikan dengan volatilitas model GARCH-t(1,1) atau EGARCH-t(1,1) untuk mendapatkan ε_{it} dan selanjutnya dihitung return (r_{it}) yakni $r_{it} = \mu_i + \varepsilon_{it}$, untuk $i = 1, 2, 3$ sehingga didapatkan data return masing-masing saham yakni r_{it} , $i = 1, 2, 3$.
 - c) Menghitung 4 variasi portofolio saham.

Portofolio 1 : $rp_t = \frac{1}{3}r_{1t} + \frac{1}{3}r_{2t} + \frac{1}{3}r_{3t}$; Portofolio 2 : $rp_t = \frac{1}{2}r_{1t} + \frac{1}{4}r_{2t} + \frac{1}{4}r_{3t}$;

Portofolio 3 : $rp_t = \frac{1}{4}r_{1t} + \frac{1}{2}r_{2t} + \frac{1}{4}r_{3t}$; Portofolio 4 : $rp_t = \frac{1}{4}r_{1t} + \frac{1}{4}r_{2t} + \frac{1}{2}r_{3t}$

d) Mengulangi langkah 10a sampai 10c sebanyak 10 kali. Kemudian VaR dengan tingkat kepercayaan $(1-\alpha)$ adalah rata-rata 10 estimasi VaR.

11) Melakukan validasi model VaR dengan uji Kupiec dan *Mixed Kupiec*

a) Melakukan validasi dengan uji Kupiec berdasarkan POF (*Proportion of Failure*) dapat dilakukan dengan menggunakan Persamaan (28) dan TUFF (*Time Until First Failure*) dengan menggunakan Persamaan (29).

b) Melakukan validasi dengan uji *Mixed Kupiec* dengan menggunakan Persamaan (30)

12) Membuat Kesimpulan dari hasil pengolahan data dan analisa.

d. Metode Analisis Data

1) GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*)

Model GARCH adalah model yang digunakan untuk memodelkan data yang memiliki permasalahan heteroskedastisitas. Model persamaan GARCH (p,q) secara umum sebagai berikut:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (4)$$

dengan $\alpha_0 > 0$; $\alpha_i \geq 0$ dan untuk $i = 1, \dots, p$ dan $\beta_j \geq 0$ untuk $j = 1, \dots, q$

Diasumsikan semua parameter positif, untuk $p = q = 1$ dan r_t adalah residual model ARIMA pada waktu t , maka diperoleh estimator GARCH(1,1) dengan inovasi distribusi *student-t* standar (GARCH-t). Model dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t \quad (5)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t v_t \quad (6)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (7)$$

2) EGARCH (*Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*)

Model EGARCH diperkenalkan oleh Nelson pada tahun 1991 untuk menutupi kelemahan model ARCH/GARCH dalam menangkap fenomena ketidaksimetrisan *good news* (*error* positif) dan *bad news* (*error* negatif). Secara umum, proses EGARCH dengan orde p dan q atau EGARCH (p,q) didefinisikan sebagai berikut (Nelson, 1991):

$$\ln \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln(\sigma_{t-i}^2) + \sum_{j=1}^q \alpha_j \frac{\varepsilon_{t-j}}{\sqrt{\sigma_{t-j}^2}} + \sum_{j=1}^q \gamma_j \left[\frac{|\varepsilon_{t-j}|}{\sigma_{t-j}} - E \left(\frac{|\varepsilon_{t-j}|}{\sigma_{t-j}} \right) \right] \quad (16)$$

Dapat dituliskan untuk model EGARCH(1,1) maka

$$\ln \sigma_t^2 = \alpha_0 + \beta_1 \ln(\sigma_{t-1}^2) + \alpha_1 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + \gamma_1 \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sigma_{t-1}} - E \left(\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sigma_{t-1}} \right) \right] \quad (17)$$

3) Uji Kendall's Tau

Uji Kendall's Tau dapat digunakan sebagai ukuran dependensi alternatif dalam kondisi hubungan non linear dan tidak berdistribusi normal. Berikut ini hipotesis untuk uji Kendall's Tau:

$H_0 : \tau = 0$ (dua variabel independen)

$H_1 : \tau \neq 0$ (dua variabel tidak independen)

Statistik Uji

$$Z = \sqrt{\frac{9n(n-1)}{2(2n+5)}} |\tau| \text{ dengan } \tau = \frac{c-d}{\binom{n}{2}} = \frac{c-d}{\frac{n(n-1)}{2}} \quad (18)$$

dengan Z adalah nilai Z hitung, n adalah banyak data, c adalah banyak pasangan konkordan, d adalah banyak pasangan diskor dan n adalah ukuran sampel. Kriteria keputusan, H_0 ditolak jika nilai $Z > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ (Z tabel) atau p -value $< \alpha$.

4) Copula Archimedes

Copula merupakan suatu fungsi distribusi multivariat dengan fungsi distribusi marginalnya (univariat) adalah uniform standar $[0,1]$ (Nelsen, 2006). Fungsi Copula memiliki konsep sebagai alat untuk mempelajari ketergantungan tak linear antar kejadian dalam kasus multivariat. Copula semakin banyak digunakan pada pemodelan distribusi multivariat karena tidak memerlukan asumsi normalitas pada marginalnya sehingga cukup fleksibel dalam berbagai data terutama untuk data finansial yang tidak memenuhi sifat-sifat distribusi normal.

Pada umumnya keluarga Copula yang sering digunakan terdiri atas Copula Elips dan Copula Archimedes, Pada penelitian ini keluarga Copula yang digunakan adalah Copula Archimedes yaitu, Copula Gumbel, Clayton, dan Frank, sehingga Copula Archimedes didefinisikan sebagai berikut:

a) Copula Gumbel

Fungsi generator dari Copula Gumbel adalah:

$$\varphi(u) = (-\ln u)^\theta \quad (19)$$

sehingga fungsi Copula Gumbel berdimensi 2 ($d=2$) adalah sebagai berikut

$$C^{Gw}(u_1, u_2) = \exp \left\{ - \left[(-\ln u_1)^\theta + (-\ln u_2)^\theta \right]^{\frac{1}{\theta}} \right\} \quad (20)$$

b) Copula Clayton

Fungsi generator Copula Clayton adalah sebagai berikut:

$$\varphi(u) = u^{-\theta} - 1 \quad (21)$$

sehingga fungsi Copula Clayton berdimensi 2 ($d=2$) adalah:

$$C^{Clay}(u_1, u_2) = \max \left[\left(u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} - 1 \right)^{-\frac{1}{\theta}}, 0 \right] \quad (22)$$

c) Copula Frank

Fungsi generator Copula Frank adalah sebagai berikut:

$$\varphi(u) = \ln \left[\frac{e^{-\theta u} - 1}{e^{-\theta} - 1} \right] \quad (23)$$

sehingga fungsi Copula Frank berdimensi 2 ($d=2$) adalah:

$$C^{Fr}(u_1, u_2) = -\frac{1}{\theta} \ln \left(\frac{(e^{-\theta u_1} - 1)(e^{-\theta u_2} - 1)}{(e^{-\theta} - 1)^{2-1}} + 1 \right) \quad (24)$$

5) Vine Copula

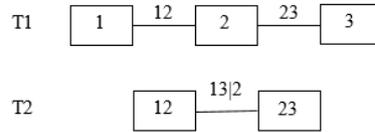
Konstruksi dari fungsi distribusi multi-dimensi menjadi semakin rumit ketika dimensinya semakin bertambah. Vine Copula atau yang dikenal juga dengan Pair Copula (copula berpasangan) diperkenalkan pertama kali oleh Joe (1996) memberikan cara yang lebih fleksibel dalam mengkonstruksikan distribusi multivariat. Ide pokok dari *pair* copula yaitu menjelaskan bahwa Copula multivariat dapat didekomposisikan menjadi pasangan copula bivariat.

Bedford dan Cooke (2002) memperkenalkan model grafik yang disebut *Regular Vine* guna mengorganisir semua dekomposisi yang mungkin terbentuk. Sebuah *Vine*

berdimensi d adalah struktur sekuensial yang dipresentasikan dengan $d-1$ *tress* (pohon) T_j , $j = 1, 2, \dots, d-1$, yang memiliki $d + 1 - j$ (nodes) dan $d - j$ (cabang). Pada penelitian ini dibahas 2 jenis Vine Copula, yaitu C-Vine Copula dan D-Vine Copula

a) D-Vine Copula

D-Vine Copula memiliki struktur grafik dengan setiap *tree* merupakan suatu *path*. Struktur D-Vine didefinisikan oleh dua pohon, yaitu T_1 dan T_2 . Pada gambar ditunjukkan struktur dekomposisi dari D-Vine Copula sebagai berikut:



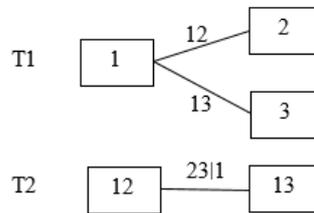
Gambar 1. Struktur 3 Dimensi D-Vine Copula

Fungsi densitas D-Vine Copula menurut dekomposisi pada Gambar 1 adalah:

$$f(x_1, x_2, x_3) = f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot f_3(x_3) \cdot c_{12}(F_1(x_1)F_2(x_2)) \cdot c_{23}(F_2(x_2)F_3(x_3)) \cdot c_{13|2}(F(x_1 | x_2)F(x_3 | x_2)) \quad (25)$$

b) C-Vine Copula

C-Vine Copula memiliki struktur *tree* dengan setiap *tree* memiliki node yang dihubungkan ke seluruh node. Pada pohon C-Vine di setiap pohonnya terdapat satu *node* untuk yang terhubung dengan $d-j$ cabang. Pada Gambar 2 ditunjukkan salah satu struktur C-Vine tiga dimensi sebagai berikut:



Gambar 2. Struktur 3 Dimensi C-Vine Copula

Fungsi densitas C-Vine Copula menurut dekomposisi pada Gambar 2 adalah:

$$f(x_1, x_2, x_3) = f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot f_3(x_3) \cdot c_{12}(F_1(x_1)F_2(x_2)) \cdot c_{13}(F_1(x_1)F_3(x_3)) \cdot c_{23|1}(F(x_2 | x_1)F(x_3 | x_1)) \quad (26)$$

6) Value at Risk

VaR pada portofolio diartikan sebagai estimasi kerugian maksimum yang akan dialami suatu portofolio pada periode waktu tertentu dengan tingkat kepercayaan tertentu. VaR pada tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ dibuat persamaan sebagai berikut:

$$VaR_{(1-\alpha)} = W_0 \times R^* \quad (27)$$

dengan W_0 adalah investasi awal aset R^* adalah kuantil ke- α dari distribusi *return* dan pada umumnya nilai R^* adalah negatif, dan dapat dinotasikan $|-R^*|$.

7) Kupiec POF

Uji Kupiec juga dikenal dengan POF *test*, yang digunakan untuk mengukur apakah jumlah eksepsi konsisten dengan tingkat konfidensi tertentu. Rumus perhitungan Kupiec POF adalah sebagai berikut:

$$LR_{POF} = -2 \ln \left(\frac{(1-p)^{T-x} p^x}{[1 - (\frac{x}{T})]^{T-x} (\frac{x}{T})^x} \right) \quad (28)$$

dengan p adalah p-value atau tingkat signifikansi, x adalah jumlah eksepsi dan T adalah jumlah sampel. Di bawah hipotesis nol bahwa model perhitungan VaR baik. LR_{POF} secara asimtotik berdistribusi χ^2 dengan derajat bebas 1. Jika nilai statistik

LR_{POF} melebihi daerah kritik dari distribusi chi-square maka H_0 akan ditolak yang artinya perhitungan VaR tidak valid.

8) Kupiec TUFF

Kupiec TUFF merupakan uji untuk mengukur waktu (k) yang merupakan waktu pertama kali eksepsi muncul dan didasarkan pada asumsi yang sama seperti Kupiec POF sebelumnya. Rumus perhitungan Kupiec TUFF adalah sebagai berikut:

$$LR_{TUFF} = -2 \ln \left(\frac{p(1-p)^{k-1}}{\left(\frac{1}{k}\right)\left(1-\frac{1}{k}\right)^{k-1}} \right) \quad (29)$$

LR_{TUFF} secara asimtotik berdistribusi χ^2 dengan derajat bebas 1. Jika nilai statistik LR_{TUFF} melebihi daerah kritik dari distribusi chi-square maka H_0 akan ditolak yang artinya perhitungan VaR tidak valid.

9) Mixed Kupiec

Mixed Kupiec Test diambil dari metode *Christoffersen's interval forecast test*, tetapi menggunakan tes yang lebih kuat untuk memberikan hasil yang lebih baik. Uji *Mixed* Kupiec merupakan kombinasi dari Kupiec POF dan Kupiec TUFF yang dilihat waktu antar eksepsi. Rumus perhitungan *Mixed* Kupiec sebagai berikut:

$$LR_{mix} = LR_{POF} + LR_{ind} \quad (30)$$

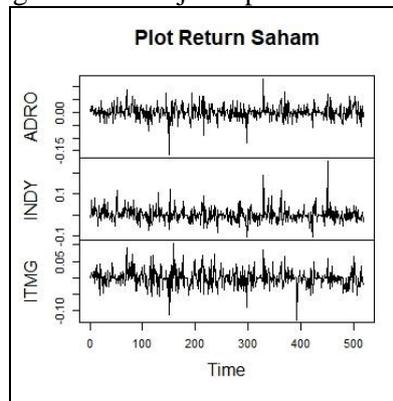
$$LR_{ind} = \sum_{i=2}^x \left[-2 \ln \left(\frac{p(1-p)^{k_i-1}}{\left(\frac{1}{k_i}\right)\left(1-\frac{1}{k_i}\right)^{k_i-1}} \right) \right] - 2 \ln \left(\frac{p(1-p)^{k-1}}{\left(\frac{1}{k}\right)\left(1-\frac{1}{k}\right)^{k-1}} \right) \quad (31)$$

$$LR_i = -2 \ln \left(\frac{p(1-p)^{k_i-1}}{\left(\frac{1}{k_i}\right)\left(1-\frac{1}{k_i}\right)^{k_i-1}} \right) \quad (32)$$

3. Hasil dan Pembahasan

1) Analisis Statistik Deskriptif

Analisis statistik deskriptif digunakan untuk mengetahui karakteristik dari *return* masing-masing saham yang akan dianalisa yaitu ADRO, INDY, dan ITMG. Plot penyebaran *return* dari ketiga saham disajikan pada Gambar 3.



Gambar 3. Plot *Return* Saham

Gambar 3 menunjukkan adanya penyebaran data yang relatif tinggi pada suatu waktu dan terjadi kecenderungan yang sama dalam kurun waktu selanjutnya dan sebaliknya yang disebut dengan *volatility clustering* dan menandakan bahwa *return* ketiga indeks saham memiliki sifat heteroskedastisitas. Selain melihat penyebaran data menggunakan plot, karakteristik *return* ketiga saham disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Statistik Deskriptif *Return* Saham

Statistik Deskriptif	Saham		
	ADRO	INDY	ITMG
Rata-Rata	-0,0002588937	-0,0001336478	-0,0005405612
Minimum	-0,16590909	-0,10687023	-0,12748171
Maksimum	0,13008130	0,25468165	0,10452586
Standar Deviasi	0,02662861	0,03381036	0,02612195
Skewness	-0,15639032	1,45839496	0,01596786
Kurtosis	4,5138485	8,1938966	2,4060993

Tabel 1 menunjukkan nilai rata-rata ketiga *return* memiliki nilai yang negatif yang artinya ketiga saham ini akan cenderung memberikan kerugian kepada investor. Untuk nilai standar deviasi tertinggi dimiliki oleh indeks saham INDY sebesar 0,03381036, yang menunjukkan bahwa indeks saham INDY memiliki potensi risiko paling besar dibandingkan indeks saham ADRO dan ITMG. Berdasarkan nilai skewness dan kurtosis menjelaskan adanya dugaan data *return* ketiga saham tidak berdistribusi normal karena nilai kurtosis lebih dari 3.

2) Uji Normalitas Return Saham

Pengujian distribusi normal *return* saham menggunakan uji Kolmogorov Smirnov. Hasil uji normalitas pada *return* saham ADRO, INDY, dan ITMG disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Uji Normalitas *Return* Saham

Saham	D_{hit}	K-S Tabel	Signifikansi
ADRO	2,238	0,0597	0,000
INDY	2,532	0,0597	0,000
ITMG	2,018	0,0597	0,001

Tabel 2 menunjukkan nilai D_{hit} ketiga *return* saham kurang dari nilai $D_{(0,95);519}$ atau *signifikansi* $< \alpha$ sehingga H_0 ditolak. Dapat disimpulkan ketiga *return* saham tidak berdistribusi normal.

3) Estimasi Parameter Model GARCH-t(1,1)

Pada penelitian ini digunakan model GARCH-t(1,1) untuk memodelkan data masing-masing *return* saham ke dalam fungsi distribusi marginal. Model marginal dari model GARCH-t(1,1) digunakan mengatasi heteroskedastisitas pada *return* saham dengan residual dengan inovasi distribusi *student-t*.

Hasil estimasi parameter masing-masing *return* saham pada model GARCH-t(1,1) berdasarkan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Hasil Estimasi Parameter Model GARCH-t(1,1)

Parameter	Estimasi Parameter GARCH-t(1,1)		
	ADRO	INDY	ITMG
μ	-0,001172	-0,0013365	-0,001007
α_0	0,00009448	0,0006021	0,00007868
α_1	0,08291	0,2075026	0,2104
β_1	0,8243	0,3868628	0,7645

Tabel 3 menunjukkan estimasi parameter model GARCH-t(1,1) untuk saham ADRO, INDY, dan ITMG berdasarkan *Maximum Likelihood Estimation*. Berdasarkan estimasi parameter, maka dapat dibentuk persamaan model GARCH-t(1,1). Setelah diperoleh persamaan model GARCH-t(1,1) masing-masing *return* saham, maka diperoleh residual dengan inovasi distribusi *student-t* pada masing-masing *return* saham.

4) Uji Keasimetrisan GARCH-t(1,1)

Uji keasimetrisan digunakan untuk mengetahui apakah terdapat pengaruh asimetris atau tidak pada *return* saham. Sebelumnya, *return* saham terlebih dahulu dimodelkan ke dalam model GARCH dan diambil residual datanya. Hasil uji efek asimetris pada volatilitas ketiga saham disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil Uji Efek Asimetris

Saham	P-value			Joint Test
	Sign Bias	Negative Sign Bias	Positive Sign Bias	
ADRO	0,3700	0,5258	0,2934	0,4384
INDY	0,1400	0,3593	0,6628	0,5270
ITMG	0,18220	0,38664	0,07652*	0,10172

Tabel 4 menunjukkan hasil $p\text{-value} > \alpha (0,05)$ maka H_0 tidak ditolak, yang artinya tidak terdapat efek asimetris pada volatilitas untuk ketiga saham. Namun untuk taraf signifikansi 10%, $p\text{-value}$ untuk uji Positive Sign Bias pada saham ITMG memperoleh kesimpulan H_0 ditolak yang artinya terdapat efek asimetris pada volatilitas model GARCH-t(1,1) saham ITMG. Keasimetrisan pada volatilitas pada saham ITMG dapat dimodelkan dengan EGARCH-t(1,1). Untuk saham ADRO dan INDY tetap menggunakan model GARCH-t(1,1) karena pada taraf signifikansi 5% maupun 10% tidak terdapat efek asimetris pada volatilitas model GARCH-t(1,1).

5) Estimasi Parameter Model EGARCH-t(1,1)

Hasil estimasi parameter saham ITMG pada model EGARCH-t(1,1) berdasarkan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Hasil Estimasi Model EGARCH-t(1,1)

Parameter	EGARCH-t(1,1)
	ITMG
μ	-0,001101
α_0	-0,744934
α_1	0,004043
β_1	0,893702
γ_1	0,332964
ν	3,126216

Tabel 5 menunjukkan estimasi parameter model EGARCH-t(1,1) untuk saham ITMG berdasarkan *Maximum Likelihood Estimation*. Berdasarkan estimasi parameter, maka dapat dibentuk persamaan model EGARCH-t(1,1). Setelah diperoleh persamaan model EGARCH-t(1,1) pada *return* saham ITMG, maka diperoleh residual dengan inovasi distribusi *student-t* pada *return* saham ITMG.

Parameter sign effect (α_1) pada saham ITMG bernilai positif yang berarti membuktikan bahwa kondisi *good news* akan memiliki volatilitas yang tinggi daripada kondisi *bad news*, serta memperlihatkan bahwa model EGARCH dapat mengakomodasi adanya *leverage effect*.

6) Uji Diagnostik Model GARCH-t(1,1) dan EGARCH(1,1)

Uji diagnostik bertujuan melihat apakah model mampu menjelaskan data residual kuadrat dari model rata-rata dengan baik. Uji diagnostik dilakukan dengan uji ARCH-LM dan Uji Ljung Box disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6. Hasil Uji ARCH-LM

ADRO	INDY	ITMG
<i>p-value</i>	<i>p-value</i>	<i>p-value</i>
0,9963816	0,9963816	0,9063

Tabel 6 menunjukkan hasil *Maximum Likelihood Estimation* untuk estimasi parameter model marginal uji ARCH-LM pada model. Diperoleh nilai $p\text{-value} > \alpha$ maka H_0 tidak ditolak yang artinya tidak ada efek ARCH/GARCH pada residual kuadrat.

Tabel 7. Hasil Uji Ljung Box

Lags	ADRO	INDY	ITMG
	<i>p-value</i>	<i>p-value</i>	<i>p-value</i>
Q(10)	0,3058435	0,4688923	0,7998899
Q(15)	0,5421137	0,3690905	0,7059361
Q(20)	0,6574258	0,4072761	0,7651733

Berdasarkan hasil uji Ljung Box pada Tabel 7 pengujian dari lag 1 sampai 20 diperoleh nilai $p\text{-value} > \alpha(0,05)$, maka H_0 tidak ditolak yang artinya tidak ada korelasi residual antar lag.

7) Struktur Kebergantungan Model Copula

Untuk memodelkan kebergantungan dengan copula maka data residual ditransformasi ke dalam distribusi uniform $[0,1]$. Untuk melihat kebergantungan antar saham dilakukan uji Kendall's Tau disajikan pada Tabel 8.

Tabel 8. Hasil Uji Kendall's Tau

Korelasi Saham	<i>Z_{hitung}</i>	<i>P-value</i>
ADRO & INDY	12,361	$< 2,2 \times 10^{-16}$
ADRO & ITMG	9,1356	$< 2,2 \times 10^{-16}$
INDY & ITMG	8,9004	$< 2,2 \times 10^{-16}$

Tabel 8 menunjukkan hasil pengujian kebergantungan antar saham. Diperoleh nilai $p\text{-value}$ pada pasangan antar saham sebesar $< 2,2 \times 10^{-16}$ sehingga $p\text{-value} < \alpha(0,05)$ atau $Z_{hitung} > Z_{(\alpha/2)}(1,96)$ maka H_0 ditolak yang artinya terdapat kebergantungan antar saham-saham tersebut.

8) Estimasi Parameter Vine Copula

Estimasi parameter untuk masing-masing copula dengan metode *Maximum Likelihood Estimation*. Copula yang digunakan adalah C-Vine dan D-Vine dari keluarga Archimedes yaitu Copula Clayton, Gumbel, dan Frank. Estimasi parameter dilakukan dengan prinsip pasangan copula bivariat pada setiap level. Hasil estimasi parameter C-Vine Copula disajikan pada Tabel 9.

Tabel 9. Estimasi Parameter C-Vine Copula

C-Vine Copula	<i>Pair</i>	Parameter	Tau	LL	AIC
Clayton	1,2	2,10	0,50	210,42	-414,84
	1,3	1,55	0,49		
	3,2;1	0,24	0,15		
Gumbel	1,2	2,01	0,50	201,04	-408,09
	1,3	1,95	0,49		
	3,2;1	1,18	0,15		
Frank	1,2	6,27	0,53	217,77	-429,54
	1,3	5,46	0,48		
	3,2;1	2,22	0,24		

Tabel 10. Estimasi Parameter D-Vine Copula

D-Vine Copula	Pair	Parameter	Tau	LL	AIC
Clayton	2,3	1,38	0,41	206,72	-407,44
	1,2	2,10	0,51		
	1,3;2	0,38	0,16		
Gumbel	1,2	1,77	0,44	204,36	-402,71
	1,3	2,01	0,50		
	1,3;2	1,35	0,26		
Frank	1,2	4,95	0,45	222,18	-438,37
	1,3	6,27	0,53		
	1,3;2	2,96	0,30		

Tabel 9 dan Tabel 10 menunjukkan hasil estimasi parameter C-Vine dan D-Vine Copula dari berbagai model copula. Nilai log likelihood yang dihasilkan oleh dekomposisi C-Vine dan D-Vine cenderung tidak berbeda secara signifikan di setiap keluarga copula. Hal ini dapat menandakan bahwa model yang dihasilkan dengan kedua dekomposisi relatif sama baiknya. Untuk menentukan jenis copula terbaik dari dekomposisi C-Vine dan D-Vine dapat dilihat dari nilai AIC terkecil dari masing-masing model. nilai AIC terkecil sebesar -438,37. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa Frank D-Vine Copula adalah copula terbaik yang dapat digunakan untuk memodelkan data dalam studi kasus ini.

9) Estimasi Value at Risk

Dalam estimasi VaR portofolio dilakukan pembentukan empat variasi portofolio pada saham ADRO, INDY, dan ITMG. Hasil estimasi VaR pada model C-Vine Copula dan D-Vine Copula disajikan pada Tabel 11 dan Tabel 12.

Tabel 11. Estimasi VaR C-Vine Copula

Keluarga Copula	Tingkat Kepercayaan	Portofolio 1	Portofolio 2	Portofolio 3	Portofolio 4
Clayton C-Vine Copula	90%	4.13%	4.34%	4.61%	4.11%
	95%	5.74%	5.48%	6.20%	5.77%
	99%	11.66%	12.38%	9.80%	10.11%
Gumbel C-Vine Copula	90%	4.39%	4.31%	4.52%	4.01%
	95%	5.56%	5.68%	6.04%	5.61%
	99%	11.18%	11.66%	10.59%	10.38%
Frank C-Vine Copula	90%	4.31%	4.27%	4.50%	4.02%
	95%	5.80%	5.75%	6.01%	5.66%
	99%	11.00%	11.35%	10.57%	10.54%

Tabel 12. Estimasi Parameter D-Vine Copula

Keluarga Copula	Tingkat Kepercayaan	Portofolio 1	Portofolio 2	Portofolio 3	Portofolio 4
Clayton D-Vine Copula	90%	4.36%	4.31%	4.81%	4.30%
	95%	5.62%	5.72%	5.86%	5.42%
	99%	10.95%	11.45%	10.90%	10.79%
Gumbel D-Vine Copula	90%	4.26%	4.21%	4.65%	4.15%
	95%	5.72%	5.74%	6.14%	5.51%
	99%	11.57%	11.87%	10.44%	10.57%

Frank D-Vine Copula	90%	4.31%	4.25%	4.46%	4.07%
	95%	5.68%	5.70%	6.21%	5.58%
	99%	10.90%	11.31%	10.08%	10.50%

Dapat dilihat pada tingkat kepercayaan 99% nilai VaR portofolio lebih besar dibanding nilai VaR pada tingkat kepercayaan 90% dan 95%. Sehingga dapat disimpulkan bahwa semakin besar tingkat kepercayaan yang digunakan, estimasi nilai VaR yang dihasilkan juga semakin besar. Estimasi VaR portofolio saham dengan kerugian maksimum tertinggi adalah model Clayton C-Vine Copula dengan tingkat kepercayaan 99% pada portofolio 2 sebesar 12,38%, artinya dengan tingkat kepercayaan 99% kerugian yang mungkin dialami oleh investor tidak lebih dari 12,38% yang cocok digunakan untuk jenis investor yang agresif. Sedangkan kerugian maksimum terendah adalah model Gumbel C-Vine Copula dengan tingkat kepercayaan 90% pada portofolio 4 sebesar 4,01%, artinya dengan tingkat kepercayaan 90% kerugian yang mungkin dialami oleh investor tidak lebih dari 4,01% yang cocok digunakan untuk jenis investor konservatif/moderat.

10) Backtesting

Backtesting dilakukan untuk validasi model VaR yang digunakan. Pada penelitian ini validasi model VaR menggunakan metode *backtesting* yaitu uji Kupiec dan *Mixed* Kupiec. hasil estimasi VaR dan validasi melalui proses *backtesting*, maka diperoleh hasil yang terangkum pada Tabel 13 dan Tabel 14.

Tabel 13. *Backtesting* C-Vine Copula

Portofolio	Backtesting	Clayton C-Vine Copula			Gumbel C-Vine Copula			Frank C-Vine Copula		
		90%	95%	99%	90%	95%	99%	90%	95%	99%
Portofolio 1	POF	4,13%	5,74%	11,66%	4,39%	5,56%	11,18%	4,31%	5,80%	11,00%
	TUFF	4,13%	5,74%	11,66%	4,39%	5,56%	11,18%	4,31%	5,80%	11,00%
	Mixed Kupiec	4,13%	5,74%	11,66%	4,39%	5,56%	11,18%	4,31%	5,80%	11,00%
Portofolio 2	POF	4,34%	5,48%	12,38%	4,31%	5,68%	11,66%	4,27%	5,75%	11,35%
	TUFF	4,34%	5,48%	12,38%	4,31%	5,68%	11,66%	4,27%	5,75%	11,35%
	Mixed Kupiec	4,34%	5,48%	12,38%	4,31%	5,68%	11,66%	4,27%	5,75%	11,35%
Portofolio 3	POF	4,61%	6,20%	9,80%	4,52%	6,04%	10,59%	4,50%	6,01%	10,57%
	TUFF	4,61%	6,20%	9,80%	4,52%	6,04%	10,59%	4,50%	6,01%	10,57%
	Mixed Kupiec	4,61%	6,20%	9,80%	4,52%	6,04%	10,59%	4,50%	6,01%	10,57%
Portofolio 4	POF	4,11%	5,77%	10,11%	4,01%	5,61%	10,38%	4,02%	5,66%	10,54%
	TUFF	4,11%	5,77%	10,11%	4,01%	5,61%	10,38%	4,02%	5,66%	10,54%
	Mixed Kupiec	4,11%	5,77%	10,11%	4,01%	5,61%	10,38%	4,02%	5,66%	10,54%

Tabel 14. *Backtesting* D-Vine Copula

Portofolio	Backtesting	Clayton D-Vine Copula			Gumbel D-Vine Copula			Frank D-Vine Copula		
		90%	95%	99%	90%	95%	99%	90%	95%	99%
Portofolio 1	POF	4,36%	5,62%	10,95%	4,26%	5,72%	11,57%	4,31%	5,68%	10,90%
	TUFF	4,36%	5,62%	10,95%	4,26%	5,72%	11,57%	4,31%	5,68%	10,90%
	Mixed	4,36%	5,62%	10,95%	4,26%	5,72%	11,57%	4,31%	5,68%	10,90%

		Kupiec								
Portofolio 2	POF	4,31%	5,72%	11,45%	4,21%	5,74%	11,87%	4,25%	5,70%	11,31%
	TUFF	4,31%	5,72%	11,45%	4,21%	5,74%	11,87%	4,25%	5,70%	11,31%
	Mixed Kupiec	4,31%	5,72%	11,45%	4,21%	5,74%	11,87%	4,25%	5,70%	11,31%
Portofolio 3	POF	4,81%	5,86%	10,90%	4,65%	6,14%	10,44%	4,46%	6,21%	10,08%
	TUFF	4,81%	5,86%	10,90%	4,65%	6,14%	10,44%	4,46%	6,21%	10,08%
	Mixed Kupiec	4,81%	5,86%	10,90%	4,65%	6,14%	10,44%	4,46%	6,21%	10,08%
Portofolio 4	POF	4,30%	5,42%	10,79%	4,15%	5,51%	10,57%	4,07%	5,58%	10,50%
	TUFF	4,30%	5,42%	10,79%	4,15%	5,51%	10,57%	4,07%	5,58%	10,50%
	Mixed Kupiec	4,30%	5,42%	10,79%	4,15%	5,51%	10,57%	4,07%	5,58%	10,50%

Metode valid

Tabel 13 dan Tabel 14 menunjukkan bahwa metode EGARCH-Vine Copula untuk data sampel pada penelitian ini valid dalam estimasi VaR dengan tingkat kepercayaan 99% karena waktu pertama kali terjadi eksepsi (v) yang tidak terlalu besar, hal ini menyebabkan nilai LR_{TUFF} juga cenderung kecil dan menyebabkan sebagian besar model pada masing-masing portofolio lolos uji Kupiec TUFF. Gumbel C-Vine Copula dengan tingkat kepercayaan 90% pada portofolio 4 merupakan model VaR dengan karegian maksimum terendah yang lolos uji Kupiec TUFF.

4. Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, maka kesimpulan yang didapatkan adalah sebagai berikut:

- 1) Estimasi VaR portofolio saham dengan kerugian maksimum tertinggi adalah model Clayton C-Vine Copula dengan tingkat kepercayaan 99% pada portofolio 2 sebesar 12,38%, artinya dengan tingkat kepercayaan 99% kerugian yang mungkin dialami oleh investor tidak lebih dari 12,38% yang cocok digunakan untuk jenis investor yang agresif. Sedangkan kerugian maksimum terendah adalah model Gumbel C-Vine Copula dengan tingkat kepercayaan 90% pada portofolio 4 sebesar 4,01%, artinya dengan tingkat kepercayaan 90% kerugian yang mungkin dialami oleh investor tidak lebih dari 4,01% yang cocok digunakan untuk jenis investor konservatif/moderat.
- 2) Hasil *backtesting* dengan uji Kupiec dan *Mixed* Kupiec diperoleh hasil sebagian besar VaR model Vine Copula dengan tingkat kepercayaan 99% masing-masing portofolio valid digunakan karena lolos uji Kupiec TUFF. VaR model Clayton C-Vine Copula dan Frank D-Vine Copula dengan tingkat kepercayaan 99% pada portofolio 3 valid digunakan karena lolos uji *backtesting* dengan metode Kupiec POF. VaR model Clayton C-Vine Copula pada portofolio 3 dan Frank D-Vine Copula pada portofolio 4 dengan tingkat kepercayaan 99% valid digunakan karena lolos uji *backtesting* dengan metode *Mixed* Kupiec.

Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Institut Sains & Teknologi atas fasilitas yang diberikan sehingga penelitian ini dapat berjalan lancar

Daftar Pustaka

- [1] Bedford, & Cooke, 2002, Vine-A New Graphical Model for Independent Random Variables, *Ann. Statist, Volume 30*, 1031-1068.
- [2] Bollerslev, T., Engle, R. F., & Nelson, D., 1994, ARCH Model, *Econometrics*, 307-327.
- [3] Halim, A., 2005, *Analisis Investasi*, Salemba Empat, Jakarta.
- [4] Hanafi, M. M., 2009, *Manajemen Risiko*, STIM YKPN, Yogyakarta.
- [5] Hanke, J. E., & Wichern, D. W., 2005, *Business Forecasting (8th Edition)*, Pearson Prentice Hall, New Jersey.
- [6] Jorion, P., 2002, *Value at Risk : The New Benchmark for Managing Financial Risk (2nd ed.)*, Macmillan, New York.
- [7] Nelsen, R. B., 2006, *An Introduction to Copula (2nd ed.)*, Springer, New York.
- [8] Niami, Y., 2019, *Uji Kupiec dan Kupiec Campuran untuk Evaluasi Value at Risk dengan Menggunakan Metode Simulasi Historis pada Portofolio Saham Optimal*, Skripsi Jurusan Statistika Fakultas Sains Terapan IST AKPRIND Yogyakarta, Yogyakarta.
- [9] Syahrir, R. F., 2018, *Metode EGARCH-EVT-Vine Copula untuk Mengestimasi Value at Risk (VaR) Portofolio Multivariat*, Skripsi Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.
- [10] Tandelilin, E., 2010, *Portofolio dan Investasi Teori dan Aplikasi*, Kanisius, Yogyakarta.
- [11] Tsay, R. S., 2002, *Analysis of Financial Time Series (2nd ed.)*, John Wiley & Son, Inc, New York.
- [12] Yahoo Finance, <https://finance.yahoo.com/>, diakses pada 18 Januari 2020.