

OPTIMASI BIAYA DISTRIBUSI AIR DI PDAM KABUPATEN BANTUL MENGUNAKAN METODE SUDUT BARAT LAUT DENGAN SIMULASI SOFTWARE R SEBAGAI PENGUJI OPTIMALITAS *MODIFIED DISTRIBUTION*

Dyah Ariani Widianingsih¹, Rokhana Dwi Bekti²

^{1,2}Jurusan Statistika, FST, Institut Sains & Teknologi AKPRIND Yogyakarta
E-mail:dyaharianiwidia@gmail.com

Abstract. *Great increasing of population affect amount of clean water in every home. Economic expansion trough developmental, also be spotlight because more number of housing built by developers will caused decreasing of ground water, because it make decreasing of water absorbtion rate. Beside of that, dumping trash in river and excessive use of ground water by industries in Bantul will make clean water crisis. Crisis of clean water make Increasing of clean water demand, but availability of clean water is decreasing. In fullfill of clean water demand, for general using or industrial using, needed of a business entity that managing of clean water for fullfill of clean water demand. In this research will minimilize distribution cost of clean water in PDAM Kabupaten Bantul with transportation methodes that is north west corner, Based calculating with three methodes water needs not complete thah is 315,72 m³ / day. In optimize test distribution costs with first solution north west cosner it know distribution costs total with modi method is not reach. In cell on repair index showing negative value, so continue the calculating until get optimize output. The optimal solution get in 5th revision table with optimum value that is Rp. 7.881.224,00.*

Keywords: *optimal cost, transportation method, Modified Distribution, software R*

Abstrak. Peningkatan jumlah penduduk yang pesat mempengaruhi jumlah kebutuhan air bersih pada setiap rumah. Perkembangan ekonomi melalui pembangunan juga menjadi sorotan karena semakin banyaknya perumahan yang didirikan oleh pengusaha akan menimbulkan kekurangan air tanah karena akan membuat resapan air yang tidak maksimal. Selain itu pembuangan sampah disungai dan penggunaan air tanah yang berlebihan oleh industri yang ada di Bantul dapat mengakibatkan krisis air bersih. Krisis air tersebut menyebabkan kebutuhan air bersih semakin meningkat, namun ketersediaan air bersih di alam semakin berkurang. Dalam memenuhi kebutuhan air bersih baik untuk umum maupun industri dibutuhkan suatu badan usaha yang mengelola guna memenuhi kebutuhan air bersih di wilayah Kabupaten Bantul. Pada penelitian ini akan dilakukan meminimalan biaya distribusi air bersih PDAM Kabupaten Bantul dengan metode transportasi yaitu sudut barat laut. Berdasarkan hasil perhitungan kebutuhan air yang tidak terpenuhi yaitu sebesar 315,72 m³ / hari. Pada pengujian optimalitas biaya distribusi dengan solusi awal metode sudut barat laut diketahui bahwa hasil total biaya distribusi dengan menerapkan metode modi belum mencapai nilai total biaya yang optimal. Pada pengujian optimalitas nilai indeks perbaikan pada sel non basis masih terdapat nilai negatif, sehingga dilanjutkan dengan merevisi tabel. Berdasarkan perhitungan, revisi mencapai solusi optimal pada revisi tabel ke 5 dengan nilai minimum biaya yang diperoleh sebesar Rp. 7.881.224,00.

Kata kunci: optimalisasi biaya, metode transportasi, *Modified Distribution*, software R

1. Pendahuluan

Kabupaten Bantul merupakan kabupaten yang memiliki perkembangan pesat, salah satunya perkembangan dalam penduduk. Berdasarkan data yang diperoleh dari BPS dari tahun 2011 jumlah penduduk Kabupaten Bantul sebanyak 922.104 jiwa dan diakhir tahun 2015 sejumlah 971.511 jiwa. Peningkatan jumlah penduduk yang pesat mempengaruhi jumlah kebutuhan air bersih pada setiap rumah. Perkembangan ekonomi melalui pembangunan juga menjadi sorotan karena semakin banyaknya perumahan yang didirikan oleh pengusaha akan menimbulkan kekurangan air tanah hal ini disebabkan resapan air yang tidak maksimal. Selain itu pembuangan sampah disungai dan penggunaan air tanah yang berlebihan oleh industri yang ada di Bantul dapat mengakibatkan krisis air bersih di daerah tersebut. Hal ini menyebabkan kebutuhan air bersih semakin meningkat, namun ketersediaan air bersih di alam semakin berkurang, untuk memenuhi kebutuhan air bersih baik untuk umum maupun industri dibutuhkan

suatu badan usaha yang mengelola guna memenuhi kebutuhan air bersih di wilayah Kabupaten Bantul.

Pengoptimalan biaya distribusi dengan metode transportasi dapat dilakukan dengan 2 cara, yaitu menggunakan metode *stepping stone* dan metode *modified distribution*. Perbedaan dari kedua metode tersebut menurut [1] adalah terdapat pada langkah kerja untuk memperoleh nilai indeks perbaikan dimana metode *stepping stone* menggunakan pendekatan jalur (loop) sedangkan *modified distribution* menggunakan nilai yang dibebankan pada setiap baris dan kolom. Selain itu indeks perbaikan yang dihasilkan metode *modified distribution* lebih efisien dibandingkan metode *stepping stone*. [1]

Pada penelitian yang dilakukan [2], yang berjudul pendistribusian air di PDAM Kabupaten Minahasa Utara menggunakan metode *least cost* dan *modified distribution*. *Least cost* adalah analisis untuk memperoleh minimum biaya dari distribusi air terkecil. Sedangkan *modified distribution* merupakan metode penyelesaian kasus transportasi yang di kembangkan dari metode *stepping stone*, karena dalam perhitungan revisi metode transportasinya menggunakan looping untuk menentukan basis yang baru, metode ini digunakan untuk memastikan optimalitas minimum biaya distribusi dari metode *least cost*, sehingga akan memperoleh hasil minimum biaya yang optimal dengan menggunakan *least cost method*.

Pada penelitian [2] disebutkan bahwa untuk mencapai tujuan pemenuhan air bersih PDAM menemui beberapa kendala, diantaranya adalah keterbatasan alat produksi air bersih, terbatasnya ketersediaan air bersih yang akan didistribusi ke wilayah – wilayah tujuan, terbatasnya biaya operasional, kebutuhan masyarakat akan bersih semakin meningkat sehingga perlu sumber air, pompa dan pipa distribusi yang baru. Penelitian ini menunjukkan bahwa biaya operasional yang dapat diminimalisasi menggunakan metode *least cost* yang telah dioptimalkan melalui metode *modified distribution* sehingga diperoleh biaya operasional sebesar Rp 588.814.656,00. [2]

Analisis pemecahan masalah transportasi dapat disimulasikan menggunakan *software R* hingga pada pengujian optimasi menggunakan *modified distribution*, karena *software R* memungkinkan pengguna untuk membuat program dan fungsi-fungsi yang sesuai algoritma dengan menuliskan syntax yang diperlukan. Berdasarkan uraian diatas, maka peneliti mengambil judul “Optimalitas Biaya Distribusi Air Di PDAM Kabupaten Bantul Menggunakan Metode *Modified Distribution*”. Tujuan penelitian ini guna memperoleh biaya distribusi total yang paling minimal, sehingga dapat membantu memecahkan kendala pada umumnya dihadapi oleh PDAM.

2. Metodologi Penelitian

Penelitian diawali dengan menghitung biaya distribusi PDAM Kabupaten Bantul yang berasal dari biaya listrik dan biaya gaji pegawai dalam sehari. Hasil perhitungan tersebut disediakan pada tabel berikut:

Tabel 1 Biaya Distribusi air dalam ribuan (Rp/m³)

Tujuan Sumber	Banguntapan	Piyungan	Imogiri	Jetis	Dlingo
Banguntapan	0,776	10	10	10	10
Piyungan	10	0,410	10	10	10
Imogiri	10	10	1,022	1,022	10
Trimulyo	10	10	10	0,974	10
Dlingo	10	10	10	10	0,603

Langkah selanjutnya menghitung data kapasitas yang menunjukkan jumlah air yang mampu di distribusikan oleh PDAM Kabupaten Bantul setiap harinya dalam satuan m³ di masing-masing unit produksi air.

Tabel 2 Kapasitas distribusi air (m³)

Banguntapan	Piyungan	Imogiri	Trimulyo	Dlingo
371.52	1867.32	396	756	2119.68

Data Kebutuhan dalam penelitian ini dihitung berdasarkan standar kebutuhan air yang ditetapkan oleh Ditjen Cipta Karya PU tahun 2007 dimana kebutuhan air domestik sambungan rumah (SR) adalah 120 lt/orang/hari. Dalam penelitian ini berdasarkan lampiran 2 mengenai data cakupan pelayanan bahwa 1 rumah sambungan rumah terdapat 6 orang penghuni sehingga untuk menghitung kebutuhan air ialah sebagai berikut:

$$\text{Kebutuhan Air (m}^3/\text{dt)} = 6 \text{ orang} \times 120 \text{ liter/dt} \times \text{jumlah SR} \times \frac{1}{1000} \text{ m}^3$$

Tabel 3 Tabel Kebutuhan Air setiap Sambungan Rumah di Kabupaten Bantul

No	Kecamatan	Jumlah Pelanggan SR	Kebutuhan (m ³ /hr)
1	Banguntapan	407	293,04
2	Piyungan	1602	1153,44
3	Imogiri	1026	738,72
4	Jetis	1142	822,24
5	Dlingo	3038	2187,36

Pengolahan data dilakukan dengan metode sudut barat laut dengan pengujian optimal menggunakan metode *modified distribution* Model transportasi merupakan gambaran mengenai kasus distribusi dengan menggunakan sarana tabel sebagai pemecahan masalah[5]. Bentuk tabel transportasi tersebut dapat dituangkan sebagai berikut:

Tabel 4 Tabel Transportasi

Tujuan Sumber	T ₁	T ₂	...	T _j	...	T _n	Kapasitas sumber per periode
S ₁	C ₁₁ X ₁₁	C ₁₂ X ₁₂	...	C _{1j} X _{1j}	...	C _{1n} X _{1n}	S ₁
S ₂	C ₂₁ X ₂₁	C ₂₂ X ₂₂	...	C _{2j} X _{2j}	...	C _{2n} X _{2n}	S ₂
...
S _i	C _{i1} X _{i1}	C _{i2} X _{i2}	...	C _{ij} X _{ij}	...	C _{in} X _{in}	S _m
...
S _m	C _{m1} X _{m1}	C _{m2} X _{m2}	...	C _{mj} X _{mj}	...	C _{mn} X _{mn}	S _i
Kebutuhan tujuan per periode	t ₁	t ₂	...	t _j	...	t _n	ΣS _i Σt _j

Keterangan

X_{ij} : satuan barang yang akan diangkut dari sumber i ke tujuan j

C_{ij} : biaya angkut barang dari sumber i ke tujuan j

S_i : Sumber i, untuk i = 1,2,...,m

T_j : Tujuan j, untuk j = 1,2,...,n

Secara sistematis masalah transportasi akan meminimumkan biaya yang dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Minimumkan } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij} \quad (1)$$

Pembatas kendala:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = s_i, \text{ kapasitas untuk } i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = t_j, \text{ kebutuhan untuk } j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$X_{ij} \geq 0 \quad (4)$$

Penyelesaian model transportasi akan menghasilkan X_{ij} optimal dengan memenuhi persamaan (2), (3), dan (4) serta akan meminimumkan hasil biaya distribusi total dari persamaan (1). [4]

Pada Keseimbangan metode transportasi terdapat 3 kemungkinan yang akan terjadi terhadap kemampuan sumber-sumber melayani permintaan dari tujuan. Suatu model transportasi dikatakan seimbang bila :

$$\sum_{i=1}^m s_i = \sum_{j=1}^n t_j \quad (5)$$

Jika hal lain terjadi maka model transportasi disebut tidak seimbang (*unbalance*). Model setiap persoalan transportasi dapat dibuat seimbang dengan cara memasukkan variabel artificial (semu) yang disebut *dummy*. Jika sumber yang tersedia tidak mampu memenuhi permintaan maka dibuat suatu *dummy* yang men-*supply* kekurangan tersebut. Sebaliknya, jika kemampuan sumber mengirim barang melampaui permintaan maka dibuat suatu tujuan dummy untuk menyerap kelebihan tersebut, dengan asumsi bahwa dummy memiliki biaya transportasi nol [3]. Jika pada persoalan transportasi dinyatakan bahwa sumber tidak dapat atau tidak boleh terjadi pengiriman barang, maka nyatakanlah biayanya (C_{ij}) dengan suatu harga M yang besarnya tak terhingga. Hal ini dilakukan agar tidak terjadi pendistribusian barang dari sumber ke tujuan [5].

Pada pengujian awal ada beberapa metode yang dapat digunakan dalam solusi awal memecahkan permasalahan transportasi, salah satunya adalah Metode Sudut Barat Laut [6]. Metode tersebut berfungsi untuk menentukan alokasi distribusi awal yang akan membuat seluruh kapasitas dari sumber teralokasikan ke seluruh tujuan.

Selanjutnya pengujian optimalitas distribusi dilakukan untuk mengetahui solusi awal yang dilakukan telah memperoleh tabel dengan biaya distribusi yang minimum atau masih terdapat alternatif alokasi distribusi yang membawa beban biaya distribusi total lebih rendah dari pada beban biaya distribusi total pada tabel solusi awal [3]. Pada metode MODI indeks perbaikan dapat dihitung tanpa mencari jalur-jalur terpendek sehingga hanya membutuhkan satu jalur terpendek. Jalur ini dipilih sesudah sel kosong dengan indeks perbaikan tertinggi ditemukan. Tes optimalitas dapat digunakan bila jumlah sel yang terkena alokasi distribusi pada solusi awal memenuhi persamaan berikut:

$$m + n - 1 \quad (6)$$

Keterangan

m = jumlah baris

n = jumlah kolom

Langkah-langkah optimalitas menggunakan metode MODI, yaitu:

1. Memastikan jumlah sel terkena alokasi distribusi memenuhi persamaan 6
2. Menghitung nilai yang dibebankan (angka kunci) untuk baris dan kolom pada sel yang memiliki alokasi biaya distribusi dengan menggunakan persamaan berikut:

$$C_{ij} = R_i + K_j \quad (7)$$

Keterangan:

C_{ij} = biaya angkut barang dari sumber i ke tujuan j

R_i = nilai yang dibebankan untuk baris ke i (multiplier baris)

K_j = nilai yang dibebankan untuk kolom ke j (multiplier kolom)

Diasumsikan bahwa $R_1 = 0$

3. Menghitung indeks perbaikan (IP) menggunakan persamaan :

$$\text{Indeks Perbaikan} = C_{ij} - R_i - K_j \quad (8)$$

$$IP \geq 0 \text{ (tabel optimal)} \quad (9)$$

Bila memiliki hasil negatif maka biaya distribusi belum optimal. Sehingga dilakukan revisi sel untuk solusi awal.

3. Analisis dan Pembahasan

3.1 Pembentukan Tabel Transportasi

Data yang diperoleh dari pendistribusian di PDAM Kabupaten Bantul dengan daftar pengiriman dari 5 unit produksi diubah ke dalam tabel transportasi seperti pada tabel 5.

Tabel 5 Tabel Transportasi awal

Tujuan Sumber	Banguntapan	Piyungan	Imogiri	Jetis	Dlingo	Kapasitas(m ³)
Banguntapan	0.766	10	10	10	10	371.52
Piyungan	10	0.41	10	10	10	1867.32
Imogiri	10	10	1.022	1.022	10	396
Trimulyo	10	10	10	0.974	10	756
Dlingo	10	10	10	10	0.603	2119.68
Kebutuhan (m ³)	293.04	1153.44	738.72	822.24	2187.36	

Pada tabel 5 nilai kapasitas dan kebutuhan belum memenuhi persamaan 5 sehingga tabel perlu diseimbangkan dengan penambahan dummy. Pada tabel 5 diketahui bahwa nilai kebutuhan > kapasitas sehingga dummy ditambahkan pada nilai kebutuhan supaya dapat menampung kelebihan air pada kebutuhan. Tabel yang telah seimbang ditunjukkan pada tabel 6.

Tabel 6 Tabel transportasi seimbang

Tujuan Sumber	Banguntapan	Piyungan	Imogiri	Jetis	Dlingo	Dummy	Kapasitas
Banguntapan	0.766	10	10	10	10	0	371,52
Piyungan	10	0.41	10	10	10	0	1867,32
Imogiri	10	10	1.022	1.022	10	0	396,00
Trimulyo	10	10	10	0.974	10	0	756,00
Dlingo	10	10	10	10	0.603	0	2119,68
Kebutuhan	293,04	1153,44	738,72	822,24	2187,36	315,72	5510,52
							5510,52

Pada simulasi menggunakan Software R dapat dibuat tabel transportasi dengan nilai input dari tabel transportasi yang telah seimbang. Pembentukan matriks digunakan untuk menentukan nilai kebutuhan air masyarakat (s) dan menentukan kapasitas distribusi PDAM Kabupaten Bantul (d) disajikan pada gambar 1.

```
d<-matrix(c(371.52,1867.32,396,756,2119.68),nrow=5,ncol=1)
>d
      [,1]
[1,] 371.52
[2,] 1867.32
[3,] 396.00
[4,] 756.00
[5,] 2119.68
s<-matrix(c(293.04,1153.44,738.72,822.24,2187.36,315.72),
nrow=1,ncol=6)
>s
      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]      [,6]
[1,] 293.04 1153.44 738.72 822.24 2187.36 315.72
```

Gambar 1. Syntax matriks nilai kapasitas dan kebutuhan

Pada kebutuhan akan terbentuk matriks dengan jumlah baris 5 dan kolom 1 sedangkan pada kapasitas akan terbentuk matriks dengan jumlah baris 1 dan kolom 6, setelah terbentuk kedua matriks dilanjutkan membentuk matriks biaya (costs) dengan ukuran sesuai tabel 6 yang ditunjukkan gambar 2.

```
costs<-
matrix(c(0.76,10,10,10,10,10,0.41,10,10,10,10,10,1.022,10,10,10,10,1.022,0.974,10,
10,10,10,10,0.603,0,0,0,0,0),nrow=5,ncol=6)
>costs
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
[1,] 0.76 10.00 10.000 10.000 10.000 0
[2,] 10.00 0.41 10.000 10.000 10.000 0
[3,] 10.00 10.00 1.022 1.022 10.000 0
[4,] 10.00 10.00 10.000 0.974 10.000 0
[5,] 10.00 10.00 10.000 10.000 0.603 0
```

Gambar 2. Syntax matriks costs

Dari ketiga matriks yang terbentuk dapat dihitung jumlah unit pengiriman barang yang dimulai dengan arah barat laut, untuk memperoleh nilai perhitungan manual yang sama seperti komputerisasi maka harus dicek terlebih dahulu tabel transportasi yang terbentuk, bila belum seimbang pada perhitungan manual tambahkan 1 baris ataupun 1 kolom dummy untuk menyeimbangkan. Pada kasus diatas tabel diseimbangkan dengan penambahan dummy pada kolom sehingga akan terbentuk matriks ukuran 5x6 dengan *costs* Rp 0.

3.2 Perhitungan solusi awal sudut barat laut

Solusi awal metode sudut barat laut dihitung dimulai dari pojok kiri atas dengan mencari nilai minimum dari kebutuhan dan kapasitasnya sebagai nilai yang akan dialokasikan pada sel. Fungsi perhitungan metode sudut barat laut pada simulasi R ditunjukkan pada Gambar 3.

```
SBL<-function (a,x)
{
unit <- matrix (0, 5, 6)
unit[1,1]=min((abs(sum(unit[,1])-x[1,1])), (abs(sum(unit[1,])-a[1,1])))
unit[2,1]=min((abs(sum(unit[,1])-x[1,1])), (abs(sum(unit[2,])-a[2,1])))
unit[3,1]=min((abs(sum(unit[,1])-x[1,1])), (abs(sum(unit[3,])-a[3,1])))
unit[4,1]=min((abs(sum(unit[,1])-x[1,1])), (abs(sum(unit[4,])-a[4,1])))
unit[5,1]=min((abs(sum(unit[,1])-x[1,1])), (abs(sum(unit[5,])-a[5,1])))
print(unit)
}
>SBL (d,s)
      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]      [,6]
[1,] 293.04 78.48 0.00 0.00 0.00 0.00
[2,] 0.00 1074.96 738.72 53.64 0.00 0.00
[3,] 0.00 0.00 0.00 396.00 0.00 0.00
[4,] 0.00 0.00 0.00 372.60 383.40 0.00
[5,] 0.00 0.00 0.00 0.00 1803.96 315.72
```

Gambar 3 Fungsi perhitungan sudut barat laut

Hasil solusi awal yang terbentuk dari gambar 3 dapat dilakukan uji optimalitas matriks dengan langkah pertama mencari nilai dengan metode *multiplier* dari setiap baris dan kolom sesuai persamaan 7. Pada baris disebut *multiplier* baris atau angka yang dibebankan pada baris sedangkan pada kolom disebut *multiplier* kolom atau angka yang dibebankan pada kolom. Perhitungan multiplier dari matriks solusi awal dari gambar 4.

3.3 Pengujian Optimalitas

Pada pengujian optimalitas langkah pertama dengan menentukan nilai dari masing-masing sumber dan tujuan menggunakan metode multiplier, untuk nilai tujuan disebut multiplier kolom sedangkan untuk nilai sumber disebut multiplier baris. Sebelum menentukan nilai multiplier ditentukan alokasi distribusi menggunakan persamaan 6 harus sama dengan jumlah sel basis yang dihasilkan solusi awal. Kemudian menentukan nilai multiplier dengan menggunakan persamaan 7 sehingga perhitungan tersebut dapat ditunjukkan pada gambar 4.

```

multiplier<-function(a,b, costs, unit)
{
r[1,1]<-0
if(unit[1,1]>0){
  r[1,2]=costs[1,1]-r[1,1]
  if(unit[1,2]>0){
    r[2,2]=costs[1,2]-r[1,1]
    if(unit[1,3]>0){
      r[3,2]=costs[1,3]-r[1,1]
if(unit[1,4]>0){
  r[4,2]=costs[1,4]-r[1,1]
  if(unit[1,5]>0){
    r[5,2]=costs[1,5]-r[1,1]
    if(unit[1,6]>0){
      r[6,2]=costs[1,6]-r[1,1]
    }}}
  }else{
    if(unit[1,6]>0){
      r[6,2]=costs[1,6]-r[1,1]
    }
  }
}else{
  if(unit[1,2]>0){
    r[2,2]=costs[1,2]-r[1,1]
    if(unit[1,3]>0){
      r[3,2]=costs[1,3]-r[1,1]
if(unit[1,4]>0){
  r[4,2]=costs[1,4]-r[1,1]
if(unit[1,5]>0){
  r[5,2]=costs[1,5]-r[1,1]
  }}}}}}}}}
}
{
colnames(r)<-c("R", "K")
}
print(r)
}}
> multiplier (d,s,costs,unit)
      R      K
[1,]  0.000  0.760
[2,] -9.590 10.000
[3,] -18.568 19.590
[4,] -18.616 19.590
[5,] -28.013 28.616
[6,]  0.000 28.013

```

Gambar 4 Fungsi metode multiplier baris dan kolom

Output di Gambar 4 berbentuk matriks r ukuran 2x2 namun untuk r[6,1] berisikan 0 karena tabel transportasi yang terbentuk berukuran 5x6 sehingga untuk r baris ke 6 tidak memiliki nilai Setelah mendapat nilai multiplier dari setiap baris dan kolom dapat dilanjutkan untuk menghitung indeks perbaikan dari setiap sel menggunakan persamaan 8. Indeks perbaikan

tersebut digunakan untuk melihat optimalitas dari solusi awal sudut barat laut. Pada simulasi r akan dibuat untuk menghitung indeks perbaikan Fungsi perhitungan simulasi menggunakan software R disediakan pada gambar 5.

```

IndeksPerbaikan<-function(a,b, costs,unit,r)
{
ip<-matrix(0,5,6)
{
if (unit[1,1]<=0){
  ip[1,1]=costs[1,1]-r[1,1]-r[1,2]
}
if (unit[1,2]<=0){
  ip[1,2]=costs[1,2]-r[1,1]-r[2,2]
}
if (unit[1,3]<=0){
  ip[1,3]=costs[1,3]-r[1,1]-r[3,2]
}
if (unit[1,4]<=0){
  ip[1,4]=costs[1,4]-r[1,1]-r[4,2]
}
if (unit[1,5]<=0){
  ip[1,5]=costs[1,5]-r[1,1]-r[5,2]
}
if (unit[1,6]<=0){
ip[1,6]=costs[1,6]-r[1,1]-r[6,2]
}
}
if (unit[5,1]<=0){
  ip[5,1] =costs[5,1]-r[5,1]-r[1,2]
}
if (unit[5,2]<=0){
  ip[5,2]=costs[5,2]-r[5,1]-r[2,2]
}
if (unit[5,3]<=0){
  ip[5,3] =costs[5,3]-r[5,1]-r[3,2]
}
if (unit[5,4]<=0){
  ip[5,4]=costs[5,4]-r[5,1]-r[4,2]
}
if (unit[5,5]<=0){
  ip[5,5]=costs[5,5]-r[5,1]-r[5,2]
}
}
if (unit[5,6]<=0){
ip[5,6]=costs[5,6]-r[5,1]-r[6,2]
}
}
print (ip)
}
> IndeksPerbaikan(d,s,costs,unit,r)
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
[1,] 0.000 0.000 -9.590 -9.590 -18.616 -28.013
[2,] 18.830 0.000 0.000 0.000 -9.026 -18.423
[3,] 27.808 18.568 0.000 0.000 -0.048 -9.445
[4,] 27.856 18.616 9.026 0.000 0.000 -9.397
[5,] 37.253 28.013 18.423 18.423 0.000 0.000

```

Gambar 5. Fungsi Pengujian Indeks Perbaikan

Pada output fungsi indeks perbaikan diketahui bahwa masih terdapat indeks perbaikan dari sel non basis yang tidak memenuhi syarat persamaan 9 sehingga pada perhitungan biaya distribusi dengan solusi awal sudut barat laut belum mencapai total biaya minimum yang optimal.

Langkah selanjutnya adalah melakukan revisi pada tabel solusi awal dengan menggunakan metode stepping stone secara manual menggunakan excel 2013. Langkah awal dengan mencari nilai *leaving variable* dan *entering variable* yang terbentuk dari pengujian optimal sesuai gambar 5. Kemudian dicari nilai indeks perbaikan pada sel non basis yang paling negatif.

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]	[,6]
[1,]	293.04	78.48 (-)	-9.590	-9.590	-18.616	-28.013
[2,]	18.830	1074.94 (+)	738.72	53.64 (-)	-9.026	-18.423
[3,]	27.808	18.568	0.000	396.00	-0.048	-9.445
[4,]	27.856	18.61	9.02	372.60 (+)	383.40 (-)	-9.397
[5,]	37.253	28.013	18.423	18.423	1803.96 (+)	315.72 (-)

Gambar 6. Revisi 1 alokasi distribusi

Dari gambar diatas sebagai *entering variable* adalah sel (1,6) dan sebagai calon *leaving variable* adalah sel basis yang bertanda negatif (5,6),(4,5), (2,4).(1,2). Menentukan nilai *leaving variable* dengan ketentuan nilai basis dari calon *leaving variable* yang memiliki nilai paling kecil yaitu sel (2,4) sebesar 53,64 yang akan menggantikan sel (1,6), dan setiap sel pijakan akan bertambah dan berkurang sesuai tanda sebesar nilai dari *leaving variable*. Sehingga tabel solusi sudut barat laut yang terbentuk berdasarkan hasil revisi yaitu:

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]	[,6]
[1,]	293.04	24,84	0.00	0.00	0.00	53.64
[2,]	0.00	1128.60	738.72	0.00	0.00	0.00
[3,]	0.00	0.00	0.00	396.00	0.00	0.00
[4,]	0.00	0.00	0.00	426.24	329.76	0.00
[5,]	0.00	0.00	0.00	0.00	1857.60	262.08

Gambar 7. Alokasi distribusi hasil revisi 1

Hasil dari solusi awal kembali diuji dengan menggunakan software R dengan langkah membuat alokasi distribusi unit sesuai alokasi sudut barat laut hasil revisi kemudian dilakukan pengujian optimalitas menggunakan fungsi pada Gambar 4 dan Gambar 5. Hasil optimal diperoleh pada revisi ke 5 dengan nilai alokasi unit distribusi seperti di Gambar 8. Berdasarkan Gambar 8 dapat dihitung total biaya distribusi yang optimal diperoleh menggunakan fungsi seperti di Gambar 9.

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]	[,6]
[1,]	293.04	0.00	0.00	0.00	67.68	10.80
[2,]	0.00	1153.44	408.96	0.00	0.00	304.92
[3,]	0.00	0.00	329.76	66.24	0.00	0.00
[4,]	0.00	0.00	0.00	756.00	329.76	0.00
[5,]	0.00	0.00	0.00	0.00	2119.68	0.00

Gambar 8. Alokasi unit optimal

```
total<-function(unit, costs)
{
biaya<-matrix(0,5,6)
biaya[1,]=unit[1,]*costs[1,]
biaya[2,]=unit[2,]*costs[2,]
biaya[3,]=unit[3,]*costs[3,]
biaya[4,]=unit[4,]*costs[4,]
biaya[5,]=unit[5,]*costs[5,]
{
print(biaya)
}
sum(biaya)
}
> total (unit,costs)
      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5] [, 6]
[1,] 222.7104  0.0000  0.0000  0.00000  676.800  0
[2,]  0.0000 472.9104 4089.6000  0.00000  0.000  0
[3,]  0.0000  0.0000  337.0147  67.69728  0.000  0
[4,]  0.0000  0.0000  0.0000  736.34400  0.000  0
[5,]  0.0000  0.0000  0.0000  0.00000 1278.167  0
[1] 7881.244
```

Gambar 9. Alokasi unit optimal

Alokasi biaya minimum yang diperoleh dari perhitungan optimasi dalam penelitian ini sebesar Rp. 7.881.244,00 jika dibandingkan dengan hasil biaya dari solusi awal yang dihitung dengan fungsi pada Gambar 8 yaitu Rp.15.061.260. Dengan melakukan optimasi pada solusi awal dapat menurunkan biaya distribusi sebesar Rp.7.180.016,00 atau sebesar 47,67% dari total biaya distribusi awal.

4. Kesimpulan

Pada analisis dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa kapasitas air di 5 unit produksi yaitu Banguntapan, Piyungan, Imogiri, Trimulyo, dan unit produksi Dlingo belum mampu memenuhi kebutuhan penduduk sesuai standar yang ditetapkan oleh Ditjen Pekerjaan umum. Kebutuhan air yang tidak terpenuhi yaitu sebesar 315,72 m³ / hari. Berdasarkan pengujian optimalitas biaya distribusi dengan solusi awal metode sudut barat laut diketahui bahwa hasil total biaya distribusi dengan menerapkan metode tersebut belum mencapai nilai total biaya yang optimal. Pada pengujian optimalitas nilai indeks perbaikan pada sel non basis masih terdapat nilai negatif sehingga dilanjutkan dengan merevisi tabel. Berdasarkan perhitungan, revisi mencapai solusi optimal pada revisi tabel ke 5 dengan nilai minimum biaya yang diperoleh sebesar Rp. 7.881.224,00

Ucapan Terimakasih

Dalam penyusunan tulisan ini, banyak pihak yang telah memberikan dukungan kepada penulis. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada seluruh dosen dan pimpinan Jurusan Statistika Institut Sains & Teknologi AKPRIND Yogyakarta.

Daftar Pustaka

- [1] Aminudin, 2005, *Prinsip-prinsip Riset Operasi*, Jakarta, Erlangga.
- [2] Nelwan. C, Kekenusa. S. J, dan Langi. Y, 2013, *Optimasi Pendistribusian Air Dengan Menggunakan Metode Least Cost Dan Metode Modified Distribution (Studi Kasus: PDAM Kabupaten Minahasa Utara)*, Jurnal Ilmiah Sains Universitas Sam Ratulangi Vol. 13, No. 1.
- [3] Siswanto, 2007, *Operations Research Jilid 2*, Jakarta, Erlangga.
- [4] George. O. A, Vitus. O, Jude. O, Anderson. C. N, dan Andrew. I. I, 2014, *Paradox Algorithm in Application of a Linear Transportation Problem*, American Journal of Applied Mathematics and Statistics, 2014, Vol. 2, No. 1, 10-15
- [5] Dimiyati. T. T dan Dimiyati. A, 2013, *Operations Research Model-model Pengambilan Keputusan*, Sinar Baru Algensindo, Bandung.
- [6] Mulyono. S, 2007, *Riset Operasi*, Jakarta, Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.