

SPATIAL DURBIN ERROR MODEL PADA PEMODELAN PERSENTASE PENDUDUK MISKIN DI PROVINSI SULAWESI SELATAN

Ahmad Akbar¹, Kartiko^{2*}

^{1,2}. Jurusan Statistika, FST, Institut Sains & Teknologi AKPRIND Yogyakarta
Email: aa.student1004@gmail.com¹, ook_kartiko@yahoo.com²

Abstract: Poverty is one of the main indicators in supporting the achievement of regional development success. Poverty alleviation program and strategy as an important aspect of the performance of local government of South Sulawesi Province is expected to be a way out to overcome the problem of poverty. From 2005 to 2014; the percentage of the poor in South Sulawesi Province tends to decrease and the lowest percentage occurs in 2014 at 9,54%. The results of initial identification using regression using Ordinary Least Square (OLS) estimation method shows that the percentage of poor people in South Sulawesi Province in 2014 is influenced by Human Development Index (HDI). The Moran's I test locally uses Local Indicators of Spatial Autocorrelation (LISA) and the LM_{Error} test indicates locally dependent spatial dependencies and the effect of spatial error effects on modeling the percentage of the poor. Therefore, Spatial Durbin Error Model (SDEM) is used for spatial modeling. SDEM is a special type of Spatial Error Model (SEM). The difference between the two models is the addition of spatial lag of independent variables only to SDEM. The result of modeling using SDEM and regression with OLS estimation method shows the same result. This is due to the small value of Moran's I, so the result of parameter estimation using SDEM becomes unreal. The significant variables affecting the percentage of poor people are HDI, whereas the spatial lag variable of HDI is not significant.

Keywords: Percentage of Poor People, Ordinary Least Square, Spatial Durbin Error Model.

Abstrak: Kemiskinan merupakan salah satu indikator utama dalam mendukung pencapaian keberhasilan pembangunan daerah. Strategi dan rencana program pengentasan kemiskinan sebagai aspek penting kinerja pemerintah daerah Provinsi Sulawesi Selatan diharapkan dapat menjadi jalan keluar untuk mengatasi permasalahan kemiskinan. Dari tahun 2005 sampai 2014; persentase penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Selatan cenderung menurun dan persentase terendah terjadi pada tahun 2014 sebesar 9,54%. Hasil identifikasi awal menggunakan regresi dengan metode estimasi *Ordinary Least Square* (OLS) menunjukkan persentase penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2014 dipengaruhi oleh faktor Indeks Pembangunan Manusia (IPM). Uji *Moran's I* secara lokal menggunakan *Local Indicators of Spatial Autocorrelation* (LISA) dan uji LM_{Error} menunjukkan terdapat dependensi spasial secara lokal dan ada pengaruh efek *error* spasial pada pemodelan persentase penduduk miskin. Oleh karena itu, digunakan *Spatial Durbin Error Model* (SDEM) untuk pemodelan spasial. SDEM merupakan jenis khusus dari *Spatial Error Model* (SEM). Perbedaan kedua model tersebut adalah penambahan lag spasial variabel independen hanya pada SDEM. Hasil pemodelan menggunakan SDEM dan regresi dengan metode estimasi OLS menunjukkan hasil yang sama. Hal ini disebabkan karena kecilnya nilai *Moran's I*, sehingga hasil estimasi parameter menggunakan SDEM menjadi tidak nyata. Variabel yang signifikan berpengaruh terhadap persentase penduduk miskin adalah IPM, sedangkan variabel lag spasial IPM tidak signifikan.

Kata kunci: Persentase Penduduk Miskin, *Ordinary Least Square*, *Spatial Durbin Error Model*.

1. Pendahuluan

Kemiskinan merupakan salah satu indikator utama dalam mendukung pencapaian keberhasilan pembangunan daerah. Masalah kemiskinan adalah permasalahan mendasar yang menjadi pusat perhatian pemerintah di setiap daerah. Permasalahan kemiskinan tidak dapat

*Corresponding author's email: ook_kartiko@yahoo.com

ditangani secara tuntas, tetapi dengan mengetahui faktor-faktor penyebab kemiskinan maka masalah kemiskinan dapat dikendalikan. Pengendalian kemiskinan merupakan permasalahan yang bersifat kompleks dan multidimensi, maka pengentasan kemiskinan harus dilakukan secara komprehensif dan terpadu. Sehingga diperlukan strategi dan rencana program kerja dari pemerintah daerah yang dapat menjadi jalan keluar untuk mengatasi permasalahan kemiskinan.

Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Sulawesi Selatan menginformasikan terjadi tren menurun persentase penduduk miskin dari tahun 2005 sampai 2014; persentase penduduk miskin terendah dari total penduduk yaitu pada tahun 2014 (9,54%); berbeda pada tahun 2013 (10,32%) yang meningkat 0,5% setelah tahun 2012 (9,82%); dan 7 tahun terakhir yang terus mengalami tren menurun sebelum mencapai tahun 2012. Pertumbuhan persentase penduduk miskin tersebut menunjukkan keadaan yang bersifat naik turun. Perubahan ini sangat penting untuk ditelusuri. Penelusuran pertumbuhan persentase penduduk miskin pada wilayah pengamatan dapat diamati melalui pola spasial. Pola spasial didefinisikan sebagai bentuk penempatan atau susunan benda-benda di atas permukaan bumi [5]. Penelusuran pertumbuhan kemiskinan tidak cukup baik jika hanya mengetahui pola spasial yang terbentuk. Penelusuran lain dapat dilakukan dengan memodelkan faktor-faktor penyebab masalah kemiskinan pada setiap wilayah pengamatan menggunakan pemodelan spasial.

Konsep pemodelan spasial pada metode regresi spasial serupa sebagaimana regresi secara umum dengan menambahkan unsur spasial dalam model. Beberapa model regresi spasial yaitu *Spatial Autoregressive (SAR)*, *Spatial Error Model (SEM)*, dan *Spatial Autoregressive Moving Average (SARMA)*. SEM merupakan salah satu model regresi spasial yang memiliki model alternatif. Model tersebut adalah *Spatial Durbin Error Model (SDEM)* [7]. SDEM tidak memungkinkan untuk efek lag spasial variabel dependen, tetapi memungkinkan lag spasial pada variabel independen dan efek *error* spasial. Salah satu penelitian dengan tujuan memodelkan persentase penduduk miskin di Indonesia menyebutkan bahwa efek *error* spasial berperan penting dalam model regresi spasial [4]. Dari beberapa uraian tersebut, maka peneliti merumuskan judul penelitian yaitu "*Spatial Durbin Error Model pada Pemodelan Persentase Penduduk Miskin di Provinsi Sulawesi Selatan*".

2. Metode

Penelitian ini mengambil lokasi penelitian pada wilayah Provinsi Sulawesi Selatan yang terdiri dari 24 kabupaten/kota dengan mengangkat kasus persentase penduduk miskin tahun 2014. Data yang digunakan adalah data sekunder publikasi BPS Provinsi Sulawesi Selatan, yaitu: (1) persentase penduduk miskin (%) sebagai variabel dependen; dan (2) Indeks Pembangunan Manusia (IPM), laju pertumbuhan ekonomi (%), Tingkat Pengangguran Terbuka (%TPT), dan pengeluaran pemerintah daerah (000 Rp) sebagai variabel independen. Tahapan analisis data sebagai berikut:

- a. Analisis deskriptif,
- b. Menggambarkan pola spasial menggunakan peta tematik,
- c. Identifikasi variabel independen yang signifikan menggunakan pemodelan regresi dengan metode estimasi OLS,
- d. Pembentukan matriks pembobot spasial,
- e. Uji dependensi spasial menggunakan *Moran's I Test* (secara global) dan *Local Indicators of Spatial Autocorrelation* atau LISA (secara lokal),
- f. Uji model spasial SAR, SEM, dan SARMA menggunakan *Lagrange Multiplier* atau LM,
- g. Pemodelan regresi spasial dengan SDEM,
- h. Menentukan model terbaik antara model regresi dengan metode estimasi OLS dan model dengan SDEM menggunakan nilai AIC dan R^2 ,
- i. Kesimpulan.

2.1 Analisis Regresi

Analisis regresi didefinisikan sebagai metode yang digunakan untuk mengetahui hubungan yang bermakna antara satu variabel dengan variabel yang lain (satu atau lebih) dengan menguji kebenaran hubungan tersebut [2]. Model regresi dengan metode estimasi OLS terdiri dari bentuk linier sederhana dan berganda sebagaimana pada Persamaan 1 dan Persamaan 2.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \varepsilon_i \quad (1)$$

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \quad (2)$$

untuk Y_i adalah variabel dependen, β_k adalah parameter koefisien regresi, X_{ik} adalah variabel independen, ε_i adalah *error* yang terdistribusi normal dengan mean nol dan variansi σ^2 yang dinotasikan $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$, k adalah banyaknya variabel independen, dan $i = 1, 2, \dots, n$.

2.2 Uji Signifikansi Parameter Model Regresi dengan Metode Estimasi OLS

Uji signifikansi parameter dilakukan secara simultan dan secara parsial. Pengujian dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut:

Uji Simultan

$$H_0 : \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1 : \beta_k \neq 0, \text{ paling sedikit ada satu } k \text{ sedemikian sehingga } \beta_k \neq 0$$

Kesimpulan: tolak hipotesis nol bila $F_h > F_{\alpha(k, n-(k+1))}$, untuk F_h sebagaimana pada Persamaan 3.

$$F_h = \frac{MSR}{MSE} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 / k}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 / (n-(k+1))} \quad (3)$$

Uji Parsial

$$H_0 : \beta_k = 0$$

$$H_1 : \beta_k \neq 0$$

Kesimpulan: tolak hipotesis nol bila $|t_h| > t_{\alpha/2(n-(k+1))}$, untuk t_h sebagaimana pada Persamaan 4.

$$t_h = \frac{\hat{\beta}_k}{\sqrt{s^2(\hat{\beta}_k)}} \quad (4)$$

2.3 Spatial Durbin Error Model (SDEM)

Spatial Durbin Error Model adalah alternatif dari SEM dengan menambahkan unsur lag spasial pada variabel independen [7]. Bentuk umum dan penyederhanaan dari SDEM sebagaimana pada Persamaan 5 dan Persamaan 6.

$$\begin{aligned} Y &= \iota_n \alpha + X\beta + WX\gamma + u \\ u &= \lambda Wu + \varepsilon \text{ atau } u = (I - \lambda W)^{-1} \varepsilon \end{aligned}$$

sedemikian sehingga

$$Y = \iota_n \alpha + X\beta + WX\gamma + (I - \lambda W)^{-1} \varepsilon \quad (5)$$

$$Y = Z\theta + (I - \lambda W)^{-1} \varepsilon \quad (6)$$

untuk $Z = [\iota_n \ X \ WX]$, $\theta = [\alpha \ \beta \ \gamma]^T$, WX adalah lag spasial pada X , ι_n (iota n) adalah vektor baris berordo $n \times 1$ dengan nilai pada setiap baris adalah satu, α adalah nilai konstanta untuk $\alpha = \beta_0$, β adalah vektor parameter koefisien regresi untuk X , γ adalah vektor parameter koefisien regresi untuk WX , dan ε adalah vektor *error* berordo $n \times 1$ yang terdistribusi normal dengan nilai mean nol dan variansi $\sigma^2 I$.

2.4 Estimasi Parameter Spatial Durbin Error Model

Estimasi parameter dari *Spatial Durbin Error Model* dapat dilakukan dengan metode *Maximum Likelihood* (MLE). Persamaan estimasi parameter $\hat{\theta}$, $\hat{\sigma}^2$, dan $\hat{\lambda}$ sebagaimana pada Persamaan 7, Persamaan 8, dan Persamaan 9 [3].

$$\hat{\theta} = [Z^T(I - \lambda W)^T(I - \lambda W)Z]^{-1}[Z^T(I - \lambda W)^T(I - \lambda W)Y] \quad (7)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} [(I - \lambda W)(Y - Z\theta)]^T [(I - \lambda W)(Y - Z\theta)] \quad (8)$$

$$\ln L(\lambda) = -\frac{n}{2} \ln \left\{ \frac{1}{n} (\mathbf{Y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\theta})^T (\mathbf{Y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\theta}) \right\} + \ln |\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}| \quad (9)$$

Karena Persamaan 9 bersifat tidak *closed form*, maka penyelesaian untuk mencari estimasi parameter $\hat{\lambda}$ dilakukan dengan metode iteratif.

2.5 Uji Signifikansi Parameter *Spatial Durbin Error Model*

Uji signifikansi parameter dari *Spatial Durbin Error Model* dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \theta_p = [\lambda \quad \boldsymbol{\theta}] = 0$$

$$H_1 : \theta_p \neq 0$$

Kesimpulan: tolak hipotesis nol bila $|Z| > Z_{\alpha/2}$, untuk Z sebagaimana pada Persamaan 10.

$$Z = \frac{\hat{\theta}_p - \theta_0}{SE(\hat{\theta}_p)} \quad (10)$$

untuk $\hat{\theta}_p$ adalah nilai estimasi parameter ke- p , θ_0 adalah nilai θ_p berdasarkan hipotesis nol, dan $SE(\hat{\theta}_p)$ adalah kesalahan standar dari nilai estimasi parameter ke- p .

2.6 Matriks Pembobot Spasial (*Spatial Weighting Matrix*)

Metode untuk membentuk matriks pembobot (\mathbf{W}) spasial dalam penelitian ini adalah *Queen Contiguity*, yaitu wilayah yang bersisian atau titik sudutnya bertemu dengan wilayah yang menjadi perhatian diberi nilai $W_{ij} = 1$, sedangkan wilayah lainnya diberi nilai $W_{ij} = 0$ [6].

2.7 Dependensi Spasial (*Spatial Dependence*)

Dependensi spasial terjadi akibat adanya keterkaitan antar wilayah pengamatan. Teori hukum Tobler I menyebutkan bahwa *spatial dependence* muncul disebabkan karena segala sesuatu saling berhubungan dengan hal yang lain tetapi sesuatu yang lebih dekat mempunyai pengaruh besar. Pengujian dependensi spasial dapat dilakukan dengan uji *Moran's I* (secara global) dan *Local Indicators of Spatial Autocorrelation* atau LISA (secara lokal) [5].

Uji *Moran's I* (secara global)

$$H_0 : I_M = 0 \text{ (tidak terdapat autokorelasi antar wilayah pengamatan)}$$

$$H_1 : I_M \neq 0 \text{ (terdapat autokorelasi antar wilayah pengamatan)}$$

Kesimpulan:

Tolak hipotesis nol bila $|Z(I_M)| > Z_{\alpha/2}$, untuk $Z(I_M)$ sebagaimana pada Persamaan 11.

$$Z(I_M) = \frac{I_M - E(I_M)}{\sqrt{\text{var}(I_M)}} \quad (11)$$

$$I_M = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{ij} (X_i - \bar{X})(X_j - \bar{X})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}, \text{ } W_{ij} \text{ adalah elemen matriks pembobot spasial terstandarisasi baris.}$$

$$\text{var}(I_M) = \frac{n^2 S_1 - n S_2 + 3 S_0^2}{(n^2 - 1) S_0^2} - [E(I_M)]^2$$

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{ij} \quad S_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (W_{ji} + W_{ij})^2 \quad S_2 = \sum_{i=1}^n (W_{io} + W_{oi})^2$$

$$W_{io} = \sum_{j=1}^n W_{ij} \quad W_{oi} = \sum_{j=1}^n W_{ji} \quad E(I_M) = -\frac{1}{n-1}$$

Uji LISA (secara lokal)

$$H_0 : I_i = 0 \text{ (tidak terdapat autokorelasi wilayah } i \text{ terhadap wilayah } j)$$

$$H_1 : I_i \neq 0 \text{ (terdapat autokorelasi wilayah } i \text{ terhadap wilayah } j)$$

Kesimpulan:

Tolak hipotesis nol bila $|Z(I_i)| > Z_{\alpha/2}$, untuk $Z(I_i)$ sebagaimana pada Persamaan 12.

$$Z(I_i) = \frac{I_i - E(I_i)}{\sqrt{\text{var}(I_i)}} \quad (12)$$

$$I_i = \frac{(X_i - \bar{X})}{m_2} \sum_{j=1}^n W_{ij} (X_j - \bar{X}) \quad \text{var}(I_i) = W_{io}^{(2)} \frac{\left(\frac{n - m_4}{m_2} \right)}{(n-1)} + 2W_{i(kh)} \frac{\left(\frac{2m_4 - n}{m_2} \right)}{(n-1)(n-2)} - \frac{W_{io}^2}{(n-1)^2}$$

$$W_{io}^{(2)} = \sum_{j=1}^n W_{ij}^2 \quad 2W_{i(kh)} = \sum_{k \neq i}^n \sum_{h \neq i}^n W_{ik} W_{ih} \quad W_{io} = \sum_{j=1}^n W_{ij}$$

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^4}{n} \quad m_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} \quad E(I_i) = -\frac{W_{io}}{n-1}$$

2.8 Uji Model Spasial

Spatial Durbin Error Model merupakan alternatif dari SEM yang dapat digunakan bila terdapat efek *error* spasial pada model regresi dengan metode estimasi OLS. Pengujian dilakukan berdasarkan nilai *Lagrange Multiplier Error* atau LM_{Error} dengan hipotesis sebagai berikut [1]:

$H_0 : \lambda = 0$ (tidak ada efek spasial *error* dalam model)

$H_1 : \lambda \neq 0$ (ada efek spasial *error* dalam model)

Kesimpulan:

Tolak hipotesis nol bila $LM_{Error} > \chi_{(\alpha,1)}^2$, untuk LM_{Error} sebagaimana pada Persamaan 13.

$$LM_{Error} = \frac{(\varepsilon^T W_2 \varepsilon)^2}{T \sigma^2} \quad (13)$$

untuk $T = tr\{(W^T + W)W\}$ dan ε adalah vektor nilai *error* berordo $n \times 1$ dari OLS.

2.9 Kriteria Model Terbaik

Beberapa kriteria yang dapat digunakan untuk menentukan model terbaik dari hasil pemodelan yaitu koefisien determinasi (R^2) dan *Akaike Info Criterion* (AIC) sebagaimana pada Persamaan 14 dan Persamaan 15.

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (14)$$

$$AIC = -2L + q(K) \quad (15)$$

untuk L adalah *maximized logarithmic likelihood*, K adalah banyaknya parameter dalam model, dan q adalah faktor koreksi (untuk formula asli dari *Akaike*, nilai $q = 2$) [1]. Model dengan nilai AIC terkecil adalah yang terbaik.

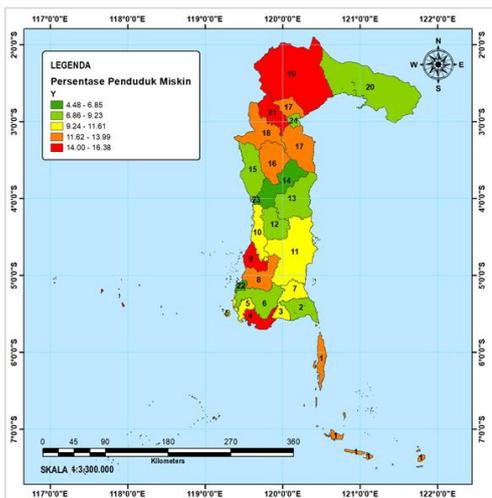
3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Statistika Deskriptif

Dari 24 wilayah kabupaten/kota, di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2014 memiliki rata-rata persentase penduduk miskin 10,42% dengan standar deviasi 3,303%. Wilayah dengan persentase penduduk miskin terkecil dan terbesar adalah Kota Makassar (4,48%) dan Kabupaten Pangkajene Kepulauan (16,38%).

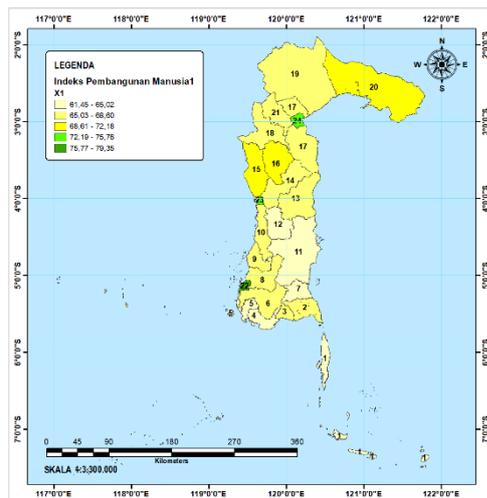
3.2 Peta Tematik

Peta tematik dari variabel persentase penduduk miskin (%), Indeks Pembangunan Manusia (IPM), laju pertumbuhan ekonomi (%), Tingkat Pengangguran Terbuka (%TPT), dan pengeluaran pemerintah daerah (000 Rp) secara terurut disajikan pada Gambar 1 sampai dengan Gambar 5.



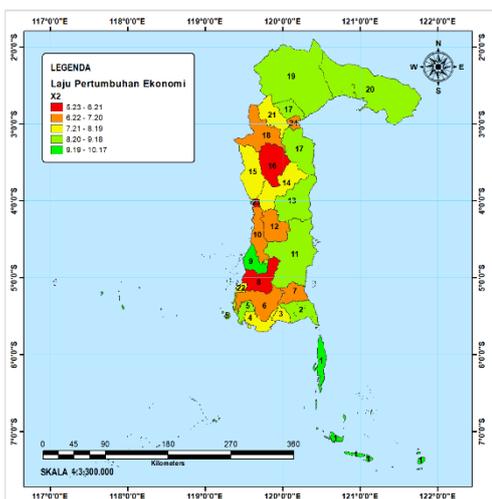
Sumber: Diolah dengan ArcMap 10.5 dari Data BPS Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2014

Gambar 1



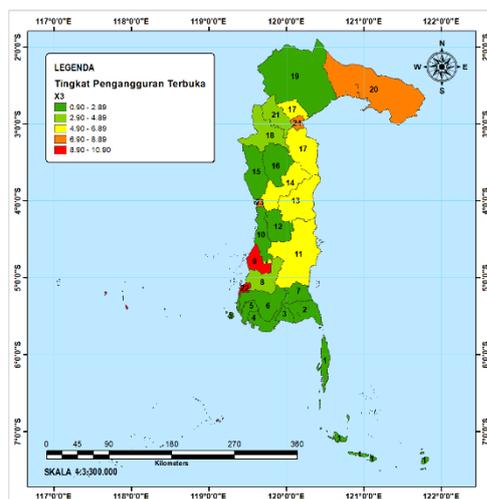
Sumber: Diolah dengan ArcMap 10.5 dari Data BPS Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2014

Gambar 2



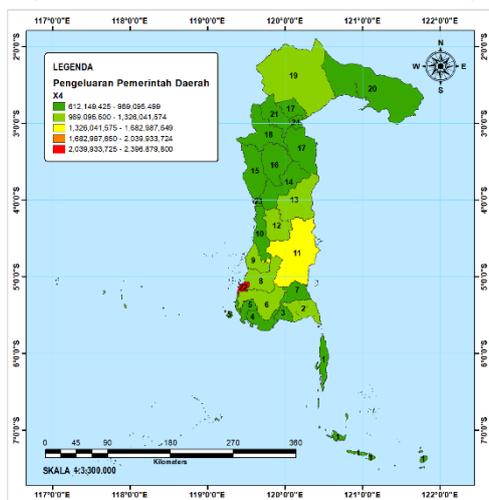
Sumber: Diolah dengan ArcMap 10.5 dari Data BPS Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2014

Gambar 3



Sumber: Diolah dengan ArcMap 10.5 dari Data BPS Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2014

Gambar 4



Sumber: Diolah dengan ArcMap 10.5 dari Data BPS Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2014

Gambar 5

Dari Gambar 1 sampai dengan Gambar 5 menunjukkan bahwa wilayah-wilayah yang bertetangga sebagai besar memiliki kategori persentase penduduk miskin, Indeks Pembangunan Manusia, laju pertumbuhan ekonomi, Tingkat Pengangguran Terbuka, dan pengeluaran pemerintah daerah adalah sama atau pola penyebaran fenomena kelima variabel tersebut menggambarkan pola spasial *clustered* (berkelompok).

3.3 Analisis Regresi dengan Metode Estimasi OLS

Hasil analisis regresi dengan metode estimasi OLS disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai Estimasi Parameter β_k dengan OLS dan Statistik Uji

Parameter	Model 1: $Y \sim X_1 + X_2 + X_3 + X_4$		Model 2: $Y \sim X_1$	
	Nilai Estimasi	t_h	Nilai Estimasi	t_h
β_0	41,680	2,268 (*)	37,557	3,978 (*)
β_1	-0,447	-1,864 (**)	-0,403	-2,881 (*)
β_2	-0,010	-0,015		
β_3	0,255	0,690		
β_4	$-0,226 \times 10^{-8}$	-1,190		
F_h		2,341 (**)		8,298 (*)

Keterangan: (*) signifikan pada $\alpha = 5\%$, (**) signifikan pada $\alpha = 10\%$

Dari Tabel 1 dengan nilai signifikansi 10% diperoleh parameter koefisien regresi β_1 Model 1 memiliki nilai $t_h = |-1,864|$ lebih besar dari $t_{0,05(19)}(1,729)$, maka hipotesis nol ditolak atau ada hubungan linier variabel X_1 Indeks Pembangunan Manusia terhadap variabel Y persentase penduduk miskin. Sedangkan pada Model 2, variabel X_1 Indeks Pembangunan Manusia signifikan pada $\alpha = 5\%$ dengan nilai $t_h = |-2,881|$ lebih besar dari $t_{0,025(22)}(2,074)$. Sehingga persentase penduduk miskin Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2014 dapat dimodelkan cukup dengan regresi linier sederhana (Model 2). Model 2 yang terbentuk sebagai berikut:

$$\hat{Y}_i = 37,557 - 0,403X_{i1}$$

Interpretasi dari Model 2 yaitu koefisien Indeks Pembangunan Manusia sebesar -0,403 yang artinya jika nilai Indeks Pembangunan Manusia mengalami kenaikan 1 satuan, maka persentase penduduk miskin akan mengalami penurunan sebesar 0,403%.

3.4 Uji Dependensi Spasial dan Uji Model Spasial

Matriks pembobot spasial yang digunakan adalah matriks pembobot spasial terstandarisasi baris dengan metode *Queen Contiguity*. Hasil uji dependensi spasial dan uji model spasial disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. *Moran's I Test* dan LM_{Error}

Variabel	I_M	$Z(I_M); (P\text{-value})$	$LM_{Error}; (P\text{-value})$
Y	0,1405	1,3245; (0,1860)	
X_1	0,0851	0,9863; (0,3247)	
Nilai <i>Error</i> Model Regresi Linier Sederhana (Model 2)	0,2609	2,1855; (0,0290) (*)	3,0191; (0,0823) (**)

Keterangan: (*) signifikan pada $\alpha = 5\%$, (**) signifikan pada $\alpha = 10\%$

Dari Tabel 2 dengan nilai signifikansi 5% diperoleh nilai *error* Model 2 memiliki $Z(I_M) = 2,1855$ lebih besar dari $Z_{\alpha/2}(1,96)$, maka tolak hipotesis nol atau terdapat autokorelasi antar nilai *error* dari setiap wilayah pengamatan yang bertetangga. Sedangkan variabel Y dan variabel X_1 masing-masing memiliki $Z(I_M)$ lebih kecil dari $Z_{\alpha/2}(1,96)$, maka gagal menolak hipotesis nol atau tidak terdapat autokorelasi antar wilayah pengamatan. Sehingga perlu dilakukan pengujian secara lokal untuk mendukung hasil dari Tabel 2. Untuk uji model spasial dengan nilai signifikansi 10% diperoleh LM_{Error} (3,0191) lebih besar dari $\chi^2_{(10\%,1)}(2,70554)$ maka tolak hipotesis nol atau pemodelan spasial SEM (alternatif dari SEM adalah SDEM) tepat untuk memodelkan hubungan variabel X_1 Indeks Pembangunan Manusia terhadap variabel Y persentase penduduk miskin.

Berikut hasil uji dependensi spasial secara lokal disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. LISA Test

No.	Y		X ₁		No.	Y		X ₁	
	Z(I _i)	P-value	Z(I _i)	P-value		Z(I _i)	P-value	Z(I _i)	P-value
1.	0,4197	0,6747	1,3800	0,1676	13.	0,4118	0,6805	0,2935	0,7691
2.	-0,0552	0,9560	0,7610	0,4467	14.	1,0742	0,2828	0,3368	0,7363
3.	0,0283	0,9774	0,8782	0,3798	15.	0,4784	0,6324	0,5631	0,5734
4.	-0,2213	0,8248	2,0711 (*)	0,0384 (*)	16.	-0,0734	0,9415	0,1102	0,9123
5.	0,2434	0,8077	-0,6070	0,5438	17.	0,9775	0,3283	0,1431	0,8862
6.	0,2877	0,7736	0,4193	0,6750	18.	1,2674	0,2050	-0,0802	0,9361
7.	0,3080	0,7581	1,2577	0,2085	19.	1,3409	0,1799	0,0651	0,9481
8.	-0,0574	0,9542	0,0023	0,9982	20.	-1,0022	0,3163	-0,0172	0,9863
9.	0,5401	0,5892	0,3155	0,7524	21.	2,1029 (*)	0,0355 (*)	-0,1178	0,9062
10.	0,2513	0,8016	0,1168	0,9070	22.	0,6765	0,4987	-2,4465 (*)	0,0144 (*)
11.	0,1209	0,9038	1,4443	0,1486	23.	2,0891 (*)	0,0367 (*)	1,0094	0,3128
12.	0,7457	0,4559	0,4959	0,6199	24.	-0,8754	0,3813	-0,3658	0,7145

Keterangan: (*) signifikan pada $\alpha = 5\%$

Dari Tabel 3 dengan nilai signifikansi 5% didapat daerah kritis $|Z(I_i)| > Z_{\alpha/2} (1,96)$. Berikut kesimpulan uji dependensi spasial secara lokal dari variabel Y dan variabel X₁:

- a. Variabel Y persentase penduduk miskin, wilayah-wilayah yang menunjukkan terdapat dependensi spasial atau autokorelasi antar wilayah *i* terhadap wilayah tetangga *j* adalah: wilayah ke-21 dengan nilai $Z(I_{21}) = 2,1029$ lebih besar dari $Z_{\alpha/2} (1,96)$ dan wilayah ke-23 dengan nilai $Z(I_{23}) = 2,0891$ lebih besar dari $Z_{\alpha/2} (1,96)$.
- b. Variabel X₁ Indeks Pembangunan Manusia, wilayah-wilayah yang menunjukkan terdapat dependensi spasial atau autokorelasi antar wilayah *i* terhadap wilayah tetangga *j* adalah: wilayah ke-4 dengan nilai $Z(I_4) = 2,0711$ lebih besar dari $Z_{\alpha/2} (1,96)$ dan wilayah ke-22 dengan nilai $Z(I_{22}) = |-2,4465|$ lebih besar dari $Z_{\alpha/2} (1,96)$.

Berdasarkan Tabel 2 menunjukkan bahwa terdapat dependensi spasial secara global pada nilai *error* dan terdapat efek *error* spasial, sedangkan Tabel 3 menunjukkan bahwa terdapat dependensi spasial secara lokal pada variabel Y dan variabel X₁. Sehingga model regresi linier sederhana (Model 2) dengan metode estimasi OLS tanpa memperhatikan efek spasial layak untuk dilanjutkan pada pemodelan spasial dengan SDEM.

3.5 Spatial Durbin Error Model

Hasil estimasi parameter *Spatial Durbin Error Model* disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Nilai Estimasi Parameter dan Statistik Uji dengan SDEM

Parameter	Nilai Estimasi	Kesalahan Standar	Z hitung; (P-value)
α	50,31411	28,28558	1,7788; (0,0753) (**)
β_1	-0,44857	0,12734	-3,5226; (0,0004) (*)
γ_1	-0,14504	0,38220	-0,3795; (0,7043)
λ	0,45043	0,21003	2,1446; (0,0320) (*)

Keterangan: (*) signifikan pada $\alpha = 5\%$, (**) signifikan pada $\alpha = 10\%$

Dari Tabel 4 dengan nilai signifikansi 5% didapat daerah kritis $|Z| > Z_{\alpha/2} (1,96)$. Nilai Z hitung untuk parameter $\beta_1 = |-3,5226|$ lebih besar dari $Z_{\alpha/2} (1,96)$, maka tolak hipotesis nol atau ada pengaruh variabel Indeks Pembangunan Manusia terhadap persentase penduduk miskin. Sedangkan nilai Z hitung untuk parameter $\gamma_1 = |-0,3795|$ lebih kecil dari $Z_{\alpha/2} (1,96)$, maka gagal tolak hipotesis nol atau tidak ada pengaruh lag spasial Indeks Pembangunan Manusia terhadap persentase penduduk miskin. Untuk Z hitung parameter $\lambda = 2,1446$ lebih besar dari $Z_{\alpha/2} (1,96)$, maka tolak hipotesis nol atau ada pengaruh lag spasial pada *error* terhadap pemodelan persentase penduduk miskin. Model dengan SDEM yang terbentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i = & 0,45043 \sum_{j=1}^{24} W_{ij} Y_j + 50,31411 + (-0,44857) X_{i1} + (-0,14504) \sum_{j=1}^{24} W_{ij} X_{j1} \\ & - (0,45043)(50,31411) \sum_{j=1}^{24} W_{ij} - (0,45043)(-0,44857) \sum_{j=1}^{24} W_{ij} X_{j1} \\ & - (0,45043)(-0,14504) \sum_{r=1}^{24} \sum_{j=1}^{24} W_{ij} W_{jr} X_{r1} \end{aligned}$$

atau

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i = & 0,45043 \sum_{j=1}^{24} W_{ij} Y_j + 50,31411 - 0,44857 X_{i1} - 0,14504 \sum_{j=1}^{24} W_{ij} X_{j1} - 22,66298 \sum_{j=1}^{24} W_{ij} \\ & + 0,20205 \sum_{j=1}^{24} W_{ij} X_{j1} + 0,06533 \sum_{r=1}^{24} \sum_{j=1}^{24} W_{ij} W_{jr} X_{r1} \end{aligned}$$

Nilai estimasi parameter koefisien lag spasial Indeks Pembangunan Manusia bernilai negatif yaitu -0,14504 yang menunjukkan bahwa: (1) kabupaten/kota yang mempunyai Indeks Pembangunan Manusia rendah dan bertetangga dengan kabupaten/kota yang mempunyai Indeks Pembangunan Manusia rendah, maka persentase penduduk miskin akan tinggi, sebaliknya (2) kabupaten/kota yang mempunyai Indeks Pembangunan Manusia tinggi dan bertetangga dengan kabupaten/kota yang mempunyai Indeks Pembangunan Manusia tinggi, maka persentase penduduk miskin akan rendah.

Nilai estimasi parameter koefisien Indeks Pembangunan Manusia tanpa pembobot spasial bernilai negatif yaitu -0,44857 yang menunjukkan bahwa: (1) bila Indeks Pembangunan Manusia rendah, maka persentase penduduk miskin akan tinggi, sebaliknya (2) bila Indeks Pembangunan Manusia tinggi, maka persentase penduduk miskin akan rendah.

3.6 Perbandingan antara Model Regresi dengan Metode Estimasi OLS dan SDEM

Kriteria penentuan model terbaik antara model regresi linier sederhana (Model 2) dengan metode estimasi OLS dan SDEM adalah nilai AIC dan koefisien determinasi R^2 yang disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Nilai AIC dan R^2

Model	AIC	R^2
Regresi Linier Sederhana (Model 2) dengan Metode Estimasi OLS	122,76	27,39%
SDEM	123,87	39,26%

Dari Tabel 5 diperoleh nilai AIC model regresi linier sederhana (122,76) lebih kecil daripada nilai AIC SDEM (123,87) dan nilai R^2 SDEM (39,26%) lebih tinggi daripada nilai R^2 model regresi linier sederhana (27,39%).

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan didapatkan beberapa kesimpulan sebagai berikut:

- a. Provinsi Sulawesi Selatan memiliki rata-rata persentase penduduk miskin 10,42% di tahun 2014 dan wilayah kabupaten/kota yang bertetangga sebagian besar memiliki kategori tingkat persentase penduduk miskin relatif sama atau pola spasial terjadi secara *clustered* (berkelompok). Hasil pengujian dengan LISA dan LM_{Error} diperoleh bahwa terdapat dependensi spasial secara lokal dan ada pengaruh efek *error* spasial pada pemodelan persentase penduduk miskin.

- b. Pemodelan persentase penduduk miskin (Y) menggunakan model regresi linier sederhana dengan metode estimasi *Ordinary Least Square* (OLS) dan *Spatial Durbin Error Model* (SDEM) adalah:

- Model regresi linier sederhana dengan metode estimasi OLS

$$\hat{Y}_i = 37,557 - 0,403X_{i1}$$

dengan nilai signifikansi 5% diperoleh Indeks Pembangunan Manusia (X_1) signifikan terhadap persentase penduduk miskin.

- Model regresi *Spatial Durbin Error Model*

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i = & 0,45043 \sum_{j=1}^{24} W_{ij}Y_j + 50,31411 - 0,44857X_{i1} - 0,14504 \sum_{j=1}^{24} W_{ij}X_{j1} \\ & - 22,66298 \sum_{j=1}^{24} W_{ij} + 0,20205 \sum_{j=1}^{24} W_{ij}X_{j1} \\ & + 0,06533 \sum_{r=1}^{24} \sum_{j=1}^{24} W_{ij}W_{jr}X_{r1} \end{aligned}$$

dengan nilai signifikansi 5% diperoleh Indeks Pembangunan Manusia (X_1) dan lag spasial pada *error* (λ) signifikan terhadap model persentase penduduk miskin, sedangkan lag spasial Indeks Pembangunan Manusia (WX_1) tidak signifikan terhadap model persentase penduduk miskin. Hal ini disebabkan karena kecilnya nilai *Moran's I* secara global dari persentase penduduk miskin dan Indeks Pembangunan Manusia.

- c. Model terbaik berdasarkan nilai AIC adalah model regresi linier sederhana dengan AIC (122,76) lebih kecil daripada AIC SDEM (123,87), sedangkan model terbaik berdasarkan koefisien determinasi adalah SDEM dengan R^2 (39,26%) lebih besar daripada R^2 model regresi linier sederhana (27,39%).

Ucapan Terima Kasih

Penyusunan tulisan ini telah melibatkan banyak pihak dengan memberikan doa dan dukungan kepada penulis. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada seluruh dosen pengajar dan pimpinan Jurusan Statistika Institut Sains & Teknologi AKPRIND Yogyakarta.

Daftar Pustaka

- [1] Anselin, L., 1988, *Spatial Econometrics: Methods and Models*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston and London.
- [2] Draper and Smith, 1966, *Applied Regression Analysis*, John Wiley & Sons, New York.
- [3] Karim, A., 2013, Pemodelan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) Sektor Industri di Provinsi Jawa Timur dengan Pendekatan Ekonometrika Spasial, *Tesis*, Program Pasca Sarjana Statistika, Institut Teknologi Sepuluh November, Surabaya.
- [4] Laswinia, V. D. dan Chamid, M. S. 2016. Analisis Pola Hubungan Persentase Penduduk Miskin dengan Faktor Lingkungan, Ekonomi, dan Sosial di Indonesia Menggunakan Regresi Spasial. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, No. 2, Vol.5, D235-D240.
- [5] Lee, J. and Wong, D. W. S., 2001, *Statistical Analysis with Arcview GIS*, John Wiley and Sons, New York.
- [6] LeSage, J. P., 1999, *The Theory and Practice of Spatial Econometrics*, Departement of Economics University of Toledo, Toledo, Ohio, United States.
- [7] LeSage, J. P. and Pace, R. K., 2009, *Introduction to Spatial Econometrics*, CRC Press, Boca Raton, London and New York, NY.